Gioseffo Zarlino (1517–1590)

LE ISTITUTIONI HARMONICHE

DI M. GIOSEFFO ZARLINO DA CHIOGGIA, NELLE QUALI, OLTRA LE MATERIE APPARTENENTI ALLA MUSICA, SI TROVANO DICHIARATI MOLTI LUOGHI DI POETI, D'HISTORICI, ET DI FILOSOFI
Erste Auflage · Venedig 1558
Erster Teil

Übersetzung: Christoph Hohlfeld (1922–2010)
Revision: Daniela v. Aretin
hrsg. von Markus Engelhardt und Christoph Hust

HOCHSCHULE
FÜR MUSIK UND THEATER
»FELIX MENDELSSOHN
BARTHOLDY«
LEIPZIG

Die Revision der Übersetzung erscheint als Kooperationsprojekt des Deutschen Historischen Instituts Rom – Musikgeschichtliche Abteilung / Istituto Storico Germanico di Roma – Sezione Storia della Musica und des Instituts für Musikwissenschaft der Hochschule für Musik und Theater »Felix Mendelssohn Bartholdy« Leipzig.

Die Abbildungen sind dem Exemplar US-Bpm (M.388.15) entnommen.

Die Seitenzahlen in spitzen Klammern beziehen sich auf die erste Auflage des Druckes.

Revisionsstand: 15. Mai 2023

Rom und Leipzig · 2022

Inhaltsverzeichnis

LA PRIMA PARTE

Delle istitutioni harmoniche

DI M. GIOSEFFO ZARLINO

DA CHIOGGIA.

Proemio.

MOLTE fiate meco pensando, & riuolgendomi per la mente varie cose, che il sommo Iddio ha per sua benignità donato a mortali; ho compreso chiaramente, che tra le più marauigliose è l'hauer conceduto loro particolar gratia di vsar la voce articolata; col mezo della qual sola fusse l'huomo sopra gli altri animali atto a poter mandar fuori tutti quei pensieri, che hauesse dentro nell'animo conceputo. Et non è dubbio, che per essa apertamente si manifesta quanto egli sia dissimile dalle bestie, & di quanto sia loro superiore. Et credo, che si possa dir veramente cotal dono essere stato di grandissima vtilità all'humana generatione: percioche niuna altra cosa, se non il parlare indusse & tirò gli huomini, i quali da principio erano sparsi nelle selue & ne monti, viuendo quasi vita da fiere, a ridursi ad habitare & viuere in compagnia, secondo che alla natura dell'huomo è richiesto, & a fabricar città & castella; & vniti per virtù de buoni ordini conseruarsi; & contrattando l'vn con l'altro, porgersi aiuto in ogni lor bisogno. Essendosi per questa via a vicinanza ragunati & congiunti, fu dipoi conosciuto di giorno in giorno per proua, quanta fusse la forza del parlare, ancora che rozzo. Onde alcuni di eleuato ingegno nel parlare cominciorno a mettere in vso alcune maniere ornate & dilletteuoli, con belle & illustri sentenze; sforzandosi di auanzar gli altri huomini in quello, che gli huomini restano superiori a gli altri animali. Ne di ciò rimanendo satisfati tentarono di passare ancora più oltra, cercando tutta via di alzarsi a più alto grado di perfettione. Et hauendo per questo effetto aggiunto al parlare l'Harmonia, cominciarono da quella ad inuestigar varij Rithmi et diuersi Metri, li quali con l'harmonia accompagnati porgono grandissimo diletto all'anima nostra. Ritrouata adunque (oltra le altre, che sono molte) vna maniera di compositione, che Hinni chiamauano, ritrouorno ancora il Poema Heroico, Tragico, Comico, & Dithirambico: & col numero, col parlare, & con l'harmonia poteuano con quelli cantar le laudi & render gloria alli Dei: & con questi, secondo che lor piaceua, più facilmente & con maggior forza ritener gli animi sfrenati, & con maggior dilettatione muouere i voleri & appettiti de gli huomini, riducendogli a tranquilla & costumata vita. Il che hauendo felicemente conseguito, acquistorno appresso i popoli tale autorità, che furno da molto più tenuti & honorati, che non erano gli altri. Et costoro, che arriuorno a tanto sapere, senza differenza alcuna vennero nominati Musici, Poeti, & Sapienti. Ma intendendosi allora per la Musica vna somma & singolar dottrina, furno i Musici tenuti in gran pregio, & era portata loro vna riuerenza inestimabile. Benche o sia stato per la malignità de tempi, o per la negligenza de gli huomini, che habbiano fatto poca stima non solamente della Musica, ma de gli altri studi ancora; da quella somma altezza, nella quale era collocata, è caduta in infima bassezza; & doue le era fatto incredibile honore, è stata poi riputata si vile & abietta, & si poco stimata, che appena da gli huomini dotti, per quel che ella è, viene ad esser riconosciuta. Et ciò mi par che sia auenuto, per non le esser rimasto ne parte, ne vestigio alcuno di quella veneranda grauità, che anticamente ella era solita di hauere. Onde ciascuno si ha fatto lecito di lacerarla, & con molti indegni modi trattarla pessimamente. Nondimeno l'ottimo Iddio, a cui è grato, che la sua infinita potenza, sapienza, & bontà sia magnificata & manifestata da gli huomini con hinni accompagnati da gratiosi & dolci accenti, non li parendo di comportar più, che sia tenuta a vile quell'arte, che serue al culto suo; & che qua giù ne fa cenno di quanta soauità possano essere i canti de gli Angioli, i quali nel cielo stanno a lodare la sua maestà; ne hà conceduto

a gratia

DER ERSTE TEIL
der ISTITUTIONI HARMONICHE

des M. [Herrn / Magister] Gioseffo Zarlino aus Chioggia

Vorwort

<1> Oftmals habe ich nachgedacht und mir vielerlei Dinge durch den Kopf gehen lassen, welche der höchste Gott in seiner Güte den Sterblichen als Gaben verliehen hat. Dabei wurde mir klar und deutlich: Eine der wunderbarsten ist die ihnen erwiesene besondere Gnade, die Stimme zur Verständigung einsetzen zu können. Allein hierdurch erhob sich der Mensch über die anderen Geschöpfe, fähig, alle einmal im Innern gefassten Gedanken sprachlich auszudrücken. Zweifellos zeigt sich hier offenkundig seine Andersartigkeit und Überlegenheit gegenüber den Tieren. Ich glaube, man kann wirklich sagen, dass diese Gabe für die Menschheit die weitaus gewinnbringendste war: Nichts anderes als die Sprache veranlasste und bewog die Menschen, die anfangs in Wäldern und Bergen verstreut wie wilde Tiere lebten, sich zusammenzuschließen und in Gemeinschaft zu leben, wie es die menschliche Natur erfordert, Städte und Burgen zu bauen und geeint durch gesellschaftliche Regelungen den eigenen Fortbestand zu gewährleisten, miteinander Handel zu treiben und sich bei der Befriedigung ihrer Bedürfnisse gegenseitig Hilfe zu leisten. Auf diesem Wege hatten sie sich zusammengetan und waren zu Nachbarn geworden, und nun wurde ihnen tagtäglich immer mehr die Erfahrung zuteil, welche Macht eine auch noch so unvollkommene Sprache besaß. So führten im Lauf der Zeit einige sprachlich besonders Begabte schmückende und erfreuliche Ausdrucksweisen mit schönen und vornehmen Redewendungen ein, im Bemühen, ihre Mitmenschen zu fördern und auf diese Weise die Überlegenheit gegenüber anderen Geschöpfen zu wahren. Doch auch damit gaben sie sich nicht zufrieden. Sie strebten noch weiter in dem Bemühen, den höchstmöglichen Vollkommenheitsgrad zu erreichen. Das wirkte sich bald dahingehend aus, dass sie die Sprache mit dem Wohlklang verbanden und auf dieser Grundlage mannigfaltige Rhythmen und verschiedene Metren erforschten, die, begleitet von Gesang, unsere Seele aufs Höchste zu entzücken vermögen. Nachdem sie – neben vielen anderen Dingen – eine musikalische Gattung erfunden hatten, die sie Hymnen nannten, erfanden sie das heroische, tragische, komische und dithyrambische Gedicht. Rhythmus, Sprache und Melodie befähigten sie, die Hymnen als Lob- und Preislieder an die Götter zu singen und mit ihnen, so wie es ihnen gutdünkte, auf einfachere und kraftvollere Weise enthemmte Geister zu bändigen. Sie vermochten mit größerem Vergnügen den Willen und das Verlangen der Menschen zu einer ausgeglichenen und gesitteten Lebensweise zu lenken. Nachdem sie das alles sie so glücklich zuwege gebracht hatten, erwarben sie sich bei allen Völkern ein so hohes Ansehen, dass sie bei Weitem in höherer Wertschätzung und höheren Ehren standen als alle anderen. Wer zu dieser Höhe an Wissen und Können gelangt war, wurde ohne irgendeine Unterscheidung »Musiker«, »Poet« oder einfach »Weiser« genannt. Da man aber damals die Musik als eine besonders erhabene und einzigartige Disziplin verstand, waren die gelehrten Musiker hochgeschätzt und es wurde ihnen unermessliche Ehrerbietung entgegengebracht. Und doch konnte es geschehen,

sei es aufgrund widriger Zeitläufte oder allgemeiner Nachlässigkeit, dass die Menschen nicht nur der Musik, sondern auch den anderen Wissenschaften wenig Wertschätzung entgegenbrachten. So fiel die Musik von diesem höchsten Gipfel, auf dem sie sich befunden hatte, in einen unbeschreiblichen Tiefstand. Wo sie einst in unglaublichen Ehren gestanden hatte, hielt man sie nun für etwas Schnödes und Niedriges und achtete sie so wenig, dass sie gerade noch von den Gelehrten als das, was sie ist, geschätzt wurde. Es war, wie mir scheint, schließlich dahin gekommen, weil weder Teile noch Spuren ihrer ehrfurchtgebietenden Würde früherer Zeiten übriggeblieben waren. So konnte es sich jeder erlauben, sie zu zerreißen und sie auf vielerlei würdelose Art auf das Schlimmste zu behandeln. Aber dem gütigen Gott ist es willkommen, dass seine grenzenlose Macht, Weisheit und Güte von den Menschen mit anmutigen und lieblichen Hymnen verherrlicht und offenbart werde. Es schien ihm nicht mehr erträglich, dass die zu seinem Dienst berufene Kunst so erniedrigt bleiben sollte.

Und um hienieden offenbar werden zu lassen, wie süß die Gesänge der Engel zum Lobpreis seiner Herrlichkeit sein können, ließ er <2> in seiner Gnade zu unserer Zeit Adrian Willaert auf die Welt kommen, fürwahr einen der einzigartigsten Geister, die die praktische Musik je hervorgebracht hat. Er untersuchte als ein neuer Pythagoras alles für die Musik Erforderliche aufs Genaueste, fand unzählige Fehler und begann damit, sie zu beseitigen und die Musik wieder zu ihrer früheren Ehre und Würde zurückzuführen, die ihr vernünftigerweise zusteht. Er wies uns eine besonnene Kompositionsordnung für jeden Tonsatz in eleganter Manier und gab hiervon in seinen Werken ein leuchtendes Beispiel. Da es nun aber, wie ich bemerkt habe, viele gibt, die – sei es aus Neugierde oder aus einem echten Anliegen heraus – Wissen erwerben wollen und wünschen, dass jemand anfange, ihnen den Weg aufzuzeigen, wie man in schöner, gelehrter und eleganter Weise Musikstücke komponiert, habe ich mich der Mühe unterzogen, die hier vorliegenden *Istitutioni* zu schreiben. Ich habe verschiedene, schon in der Antike aufgekommene Dinge zusammengestellt und Neues hinzugefügt. So wollte ich den Beweis erbringen, dass ich vielleicht in der Lage sein könnte, diesem Bedürfnis zu entsprechen und der menschlichen Verpflichtung, sich anderen nützlich zu machen, Genüge zu leisten. Doch dabei ist klar: Wer ein guter Maler sein und sich in der Malkunst großen Ruhm erwerben möchte, kann sich nicht damit begnügen, die Farben flüchtig aufzutragen. So kann er seinem Werk kein stabiles Fundament verleihen. Und wer ein wahrer Musiker heißen will, der kann sich gleichermaßen nicht damit zufriedengeben oder dafür Lob erwarten, wenn er lediglich Konsonanzen zusammensetzt, ohne eine solche Klangfolge begründen zu können.

Ich habe mich daher angeschickt, die Dinge, die zur *musica practica* und zur *musica speculativa* gehören, gemeinsam zu behandeln, damit alle, die gerne zu den guten Musikern gezählt werden möchten, ihre Kompositionen begründen können, wenn sie dieses unser Werk genau gelesen haben. Ich weiß wohl, dass eine Abhandlung über einen derartigen Stoff viele Schwierigkeiten in sich birgt. Dennoch hoffe ich, ihn in größtmöglicher Kürze leicht und fasslich darzustellen. Ich werde seine Geheimnisse so offenlegen, dass jeder zumindest zum größten Teil damit zufrieden sein kann. Zur besseren Übersicht schien es mir angebracht, diese unsere Abhandlung in mehrere Teile zu gliedern. Dabei möchte ich so verfahren, dass erst die Voraussetzungen geklärt werden, ehe man zur eigentlichen Lehre vordringt. Denn um die Töne, aus denen die Musik besteht, in eine Ordnung zu bringen, bedarf es der harmonischen Intervalle, die gefunden und an ihren Platz gesetzt werden müssen, schon aufgrund der Unterschiede, die sich zwischen den gefundenen Tönen ergeben. Aber ich werde zuerst von ihren Ursprüngen berichten. Nur wenn wir die Ursprünge der Dinge kennen, können wir sagen, dass wir sie wirklich erkennen. Ich habe mein Werk in vier Teile gegliedert. Im ersten ist von Zahlen, Proportionen und Rechenarten die Rede. Es wird nichts, auch nicht das Geringste, was zur Musik gehört, ausgelassen. Im zweiten Teil werden wir über die Töne sprechen. Hier wird sich zeigen, wie bei allen für den Zusammenklang benötigten Intervallen ein jedes sich seiner Proportion anpasst und wie die Teilung des Monochords in jeder harmonischen *species* durch alle *genera* vor sich geht. Haben wir die wahren Intervalle, wie sie sich in musikalischen Sätzen verwenden lassen, aufgezeigt, werden wir sehen, wie sie auf Musikinstrumenten bereitgestellt werden und ferner, wie man ein Instrument bauen kann, das alle harmonischen Tonverbindungen in sich vereint. Im dritten Teil werden wir in Augenschein nehmen, in welch schöner Folge die Konsonanzen und Dissonanzen angeordnet sein müssen, wenn sie im zwei- oder mehrstimmigen Satz aufeinander folgen. Im vierten und letzten Teil wird von den *modi* – welche die praktischen Musiker auch »Töne« nennen – und ihren Unterschieden die Rede sein. Wir werden darüber sprechen, wie sich die Harmonien den Worten angleichen müssen und wie die Worte unter die Noten zu setzen sind.

Ohne Zweifel wird dann jeder, der dies alles gelernt hat, sich verdientermaßen zu den besonders gebildeten und achtbaren Musikern zählen können. Doch bevor wir damit beginnen all das abzuhandeln, was wir oben vorgestellt haben, meine ich, es könnte nur vergnüglich und befriedigend sein, zunächst etwas über den Ursprung und die Gewissheit der Musik zu erfahren, welches Lob ihr zu Teil wird, warum man sich mit ihr befassen soll, welchen Nutzen man aus ihr ziehen kann, welches ihre Anwendungsbereiche sind und vieles ähnliche mehr.

Kap. 1

Der Ursprung und die Gewissheit der Musik

<3> Gott, der Höchste und Erhabene, hat in seiner unermesslichen Güte den Menschen gewährt, zwischen Steinen zu leben, mit den Bäumen zu wachsen und gleichermaßen wie die anderen Geschöpfe zu empfinden. Dennoch wollte er, dass man seine Allmacht an der Vortrefflichkeit der menschlichen Kreatur erkennen solle und gab ihr den Verstand, so dass sie sich kaum von den Engeln unterschied. Und damit der Mensch seinen Ursprung erkenne und wisse, wozu er auf Erden lebe, schuf er ihn mit einem Antlitz, das zum Himmel gewandt ist, wo der Sitz des Schöpfergottes ist. Denn der Mensch soll sein Herz nicht an niedere und irdische Dinge hängen, sondern seinen Geist erheben, um die höheren und himmlischen zu schauen, und soll mit den Mitteln, die sich über die fünf Sinne erfassen lassen, eindringen in verborgene und göttliche Welten. Und obwohl zum Sein lediglich zwei Sinne ausreichen würden, fügte er für das Wohlbefinden drei weitere hinzu. So lassen sich durch den Tastsinn harte und raue Gegenstände erkennen, zarte und glatte, durch den Geschmackssinn unterscheidet man süße und bittere Speisen und andere Geschmacksrichtungen, durch diesen und

jenen merkt man den Unterschied zwischen kalt und warm, hart und weich, schwer und leicht – Dinge, die zum Dasein wirklich ausreichen würden.

Das soll nicht heißen, dass zum Wohlbefinden nicht auch das Sehen, Hören und Riechen gehören sollten. Mit diesen Sinnen vermag der Mensch, Schlechtes abzulehnen und Gutes zu wählen. Wer ihre Vorzüge gut prüft, wird essenziell betrachtet zweifellos das Sehen als den nützlichsten Sinn und folglich für nützlicher als die anderen ansehen. Doch akzidentiell betrachtet wird man bald den Gehörssinn als notwendiger und wichtiger erachten, wenn es um Dinge geht, die mit dem menschlichen Geist zu tun haben. Es ist zwar so, dass man durch das Sehen die Dinge vielfältiger wahrnimmt, da diese Sinneswahrnehmung weiter reicht als das Hören, aber nichtsdestoweniger leistet das Hören einen größeren Beitrag beim Erwerb von Wissen und geistiger Urteilskraft und ist dafür von größerem Nutzen.

Hieraus folgt, dass das Gehör wirklich notwendiger und wichtiger ist als die anderen Sinne. So ergibt es sich, dass alle fünf Sinne als Werkzeuge des menschlichen Geistes gelten. Denn alles, was wir sehen, hören, berühren, schmecken oder riechen, bietet sich diesem Geist über die Sinne und den gesunden Menschenverstand dar. Von nichts hätten wir Kenntnis, wenn wir nicht unsere fünf Sinne gebrauchen könnten, in ihnen wurzelt wahrlich alle unsere Erkenntnis. Und im Gehör, dem notwendigsten unter allen anderen Sinneseindrücken, hat die Musik ihren Ursprung.

Ihr vornehmer Charakter lässt sich leicht anhand der antiken Schriften beweisen. Denn – so bezeugen es Moses, Josephus und der Chaldäer Berossos – Jubal vom Stamme Kains soll sie bereits vor der Sintflut beim Klang von Schmiedehämmern entdeckt haben. Durch die plötzlich hereinbrechende Flut sei sie dann wieder verlorengegangen und von Merkur aufs Neue gefunden worden. Dieser – so will es Diodor [*Bibliotheca historica*] – sei auch der erste gewesen, der den Lauf der Gestirne beobachtet und die Harmonie im Gesang sowie die Zahlenverhältnisse hierzu erkannt habe. Er hält ihn zudem für den Erfinder der dreisaitigen Lyra. Der gleichen Ansicht ist Lukian, während Lactantius in seinem Buch *Von der falschen Religion* [Lact. fal. rel.] die Erfindung der Lyra dem Apollo zuerkennt, und Plinius meint, Amphion sei der Entdecker der Musik gewesen [Plin. nat. 7.57[56]]. Mag es nun so oder anders gewesen sein, Boethius hat sich schließlich der Ansicht des Macrobius angeschlossen und von Diodor abgewandt [Boeth. mus. 1.1].

Er glaubt, dass es Pythagoras gewesen sei, der am Klang von Hämmern das Zahlenverhältnis der musikalischen Proportionen entdeckt habe. Dieser sei nämlich einst an einer Schlosserwerkstatt vorbeigekommen, wo Männer mit verschieden großen Hämmern ein auf dem Amboss liegendes glühendes Eisen bearbeiteten. Dabei kam ihm eine bestimmte Tonfolge zu Ohren, die ihn erfreute. Er verweilte ein wenig und sann darüber nach, wie eine solche Wirkung wohl entstehen könne. Erst schien ihm, sie rühre von den ungleichen Kräften der Männer her, die auf das Eisen schlugen. Er veranlasste sie daraufhin, die Hämmer zu wechseln. Als er hierbei aber keinen anderen Klang vernahm als zuvor, kam er – ganz richtig – zu dem Schluss, dass der Grund im unterschiedlichen Gewicht der Hämmer zu suchen sei. Er ließ daher jeden Hammer einzeln wiegen und fand im Zahlenverhältnis der Gewichte die Ursachen für Zusammenklänge und wohlklingende Tonverbindungen. Diese erweiterte er daraufhin umsichtig auf folgende Weise: Er stellte aus Schafsdärmen gleich dicke Saiten her, hing an sie die entsprechenden Hammergewichte und fand so die gleichen Zusammenklänge wieder. Das ergab einen umso besseren Klang, weil die Saiten durch ihre Beschaffenheit <4> sich dem Gehör als angenehmer erweisen.

Dieser Kenntnisstand von der Harmonik blieb für einige Zeit unverändert. Doch dann erbrachten die Nachgeborenen, die wussten, dass diese Grundlagen auf gesicherten und vorausbestimmbaren Zahlen aufbauten, hierfür noch exaktere Beweise und gaben der Harmonik allmählich eine Gestalt, mit der man sie als vollkommene und exakte Wissenschaft bezeichnen konnte. Sie schieden die falschen Zusammenklänge aus, bewiesen die richtigen mit sehr einleuchtenden und untrüglichen Zahlenverhältnissen und schrieben dazu sehr klare Regeln auf. Wie wir es auch in allen anderen Wissenschaften sehen und wie es auch Aristoteles zeigt, gewannen die ersten Entdecker nie die vollkommene Erkenntnis der Zusammenhänge. Vielmehr mischten sich in diesen kleinen Lichtschein viele Irrtümer, so wie Schatten. Waren diese erst einmal von Kundigen beseitigt, zeigte sich an ihrer Stelle die Wahrheit. So verfuhr Aristoteles selbst auch mit den Grundlagen der Naturphilosophie: Er zog unterschiedliche Ansichten der alten Philosophen heran, billigte die guten und richtigen, wies die falschen zurück, erklärte die unklaren und missverstandenen und fügte schließlich seine eigene Meinung und seinen Sachverstand hinzu.

So bewies und lehrte er die wahre Wissenschaft von der Naturphilosophie. Auch in unserer Wissenschaft der Musik waren es die Nachgeborenen, welche die Irrtümer ihrer Vorgänger aufzeigten. Und indem sie ihren eigenen Sachverstand hinzufügten, machten sie die Lehre von der Musik so klar und exakt, dass sie den mathematischen Wissenschaften zugerechnet und Teil des Quadriviums wurde. Und das durch nichts anderes als durch eben diese Messbarkeit. Denn zusammen mit den anderen mathematischen Wissenschaften übertrifft sie die übrigen Disziplinen an Genauigkeit und steht in Bezug auf den Wahrheitsgehalt an erster Stelle. Das erkennt man schon an ihrem Namen: Mathematik kommt vom griechischen Wort μάθημα, das ist lateinisch *disciplina* und bedeutet in unserer italienischen Sprache *scientia* oder *sapientia*, Wissenschaft oder Weisheit. Diese ist – Boethius zufolge – nichts anderes als die Einsicht, oder um es noch klarer zu sagen die Summe der Wahrheit, die in allen von Natur aus unveränderbaren Dingen enthalten ist.

Von dieser Art von Wahrheit legen die mathematischen Wissenschaften ein besonderes Zeugnis ab, weil sie sich mit Dingen befassen, die das wahre Sein zur Natur haben. Insoweit unterscheiden sie sich grundlegend von einigen anderen Wissenschaften, die sich auf Theorien verschiedener Menschen gründen und nicht aus sich selbst heraus beständig sind. Die mathematischen Wissenschaften aber haben die menschlichen Sinne als Beweismittel und gelangen so zur größtmöglichen Exaktheit. Die Mathematiker sind hinsichtlich der essenziellen Dinge alle einer Meinung und stimmen nur dem zu, was sich durch die menschlichen Sinne erfassen lässt. Die mathematischen Wissenschaften sind derart exakt, dass man mit Zahlen unfehlbar die Himmelsbewegungen, die Planetenbahnen, den Lauf des Mondes, Mond- und Sonnenfinsternisse und unendlich viele weitere wunderbare Geheimnisse ermitteln kann, ohne dass hierüber ein

Streit aufkommen könnte. Also bleibt zu sagen: Die Musik als Teilgebiet der mathematischen Wissenschaften ist vornehm und voller Gewissheit.

Kap. 2

Der Lobpreis der Musik

Wenngleich aufgrund des Ursprungs und der Gewissheit der Musik ihr Lobpreis klar und offenkundig ist und es nichts geben dürfte, was sich nicht in höchster Übereinstimmung mit ihr befindet, kann ich darüber nicht gänzlich mit Stillschweigen hinweggehen. Es sollte an sich ausreichen, was hierzu an schriftlichen Zeugnissen so vieler vorzüglicher Philosophen vorliegt. Ich möchte aber dennoch meiner Pflicht Genüge tun und einiges hierüber berichten. Es können zwar nicht alle ihr zustehenden Lobpreisungen sein, aber doch zumindest ein winziger Teil der bemerkenswerteren und vortrefflicheren. Ich werde das in aller mir möglicher Kürze tun. In welchem Maß die Musik gepriesen und gar für heilig gehalten wurde, bezeugen aufs Eindringlichste die antiken philosophischen Schriften, besonders die der Pythagoreer. Diese waren der Ansicht, die Welt sei nach musikalisch-harmonischen Gesetzmäßigkeiten aufgebaut, die Himmelsbewegungen seien die Ursache für die Harmonie und unsere Seele sei nach demselben Modell geformt. Gesänge und Töne würden sie erwecken und ihren Kräften gleichsam zum Leben verhelfen. Einige von ihnen schrieben, die Musik nehme den höchsten Rang unter den *artes liberales* ein und würde von manchen εγκυκλοπαιδέια genannt. Das kommt von griechisch κύκλοσ, das heißt Kreis, und παιδεία, wissenschaftliche Disziplin, quasi »Kreis der Wissenschaften«. Wie dem auch sei, die Musik umfasst, wie Platon sagt, alle Wissenschaften, was man gut sehen kann, wenn man sich ihr widmet. Dass das alles so richtig ist, werden wir schon bei der ersten der sieben *artes liberales*, der Grammatik, bestätigt finden. Hier lässt sich bereits aus der Anpassung der Worte aneinander und aus ihrer proportionierten Abfolge eine große Harmonie heraushören. Wiche der Grammatiker davon ab, so würde er den Ohren einen misstönenden Klang und einen unsinnigen Zusammenhang bieten. Denn Prosa wie Verse hören sich schlecht an und lesen sich schlecht, wenn sie ungeglättet, unschön, schmucklos, klanglos und unelegant sind. Wer in der Dialektik die Proportionen der logischen Schlussfolgerungen erfasst und betrachtet, wird sehen, wie auf wundersam harmonische und dem Gehörssinn höchst gefällige Weise das Wahre sehr weit vom Falschen entfernt ist.

Setzt der Rhetoriker bei seinem Vortrag an den richtigen Stellen musikalische Hebungen, entzückt er die Zuhörer aufs höchste. Demosthenes, der große Redner, erkannte das hervorragend. Dreimal wurde er nach der Hauptsache in der Redekunst befragt und dreimal antwortete er: <5> Die Deklamation wiegt schwerer als alles andere. Hierüber wusste – wie Cicero und Valerius Maximus berichten – auch Gaius Gracchus Bescheid, ein höchst eloquenter Mensch [vgl. Kap. 4 im zweiten Teil]. Dieser hatte bei jeder Ansprache ans Volk einen hochmusikalischen Diener hinter sich stehen und ließ sich von ihm auf einer Elfenbeinflöte heimlich das Maß für die Tonhöhe bzw. den Charakter der Tonerzeugung geben: Merkte er, dass der Redner zu laut wurde, dann bremste er ihn ab, senkte der aber die Stimme zu sehr, spornte er ihn an. Ganz besonders aber erkennt man diese Verbindung zur Musik an der Poetik: Ein Abtrennen der Musik von ihr ließe nur einen seelenlosen Körper zurück. Platon bestätigt das im *Gorgias*, wenn er sagt: Wollte man aller Dichtung den Wohlklang, das Metrum und die formale Gestalt entziehen, so würde sie sich in nichts mehr von der gewöhnlichen oder Umgangssprache unterscheiden [Plat. Gorg. 502c].

Man sieht das ja auch an der besonderen Sorgfalt und der bewundernswerten Kunstfertigkeit, welche die Dichter beim Anpassen der Worte an die Verse aufwandten, und daran, wie sie die Versfüße an die Sprache angeglichen haben. Das hat Vergil in allen seinen Dichtungen beachtet: In seinen drei Hauptwerken ordnet er den Eigenklang der Verse mit solcher Kunstfertigkeit an, dass es eigentlich scheint, als führe er uns mit dem Klang der Worte die Dinge vor Augen, von denen er gerade spricht. Handelt er zum Beispiel von der Liebe, so erkennt man, wie kunstvoll er süß, zart und angenehm klingende Worte gewählt hat. Muss er hingegen von Waffengang singen, eine Seeschlacht, den glücklichen Ausgang eines Seeabenteuers oder ähnliche Dinge beschreiben, wo Blut vergossen wird, Wut, Kränkung und Seelenqual hinzutreten, hat er hierfür harte, raue und unangenehm klingende Worte gewählt, die beim Hören und Aussprechen Schrecken erzeugen. Um hiervon ein Beispiel zu geben: Bei der Beschreibung der Ärmlichkeit der Hütte des Meliboeus verkürzte er das Wort *tuguri* um einen Buchstaben, quasi um hierdurch eine verstärkende Wirkung zu erzielen [Verg. bucol. 168]. So verfuhr er auch bei der Darstellung des Seelenschmerzes jener Nymphe, die gezwungen ist, sich dem Liebesblick ihres Hirten zu entziehen. In dem Vers »*et longum ‘formose vale, vale’ inquit ‘Iola’* (»und rief mir lange nach: ›Du Schöner, leb wohl; leb wohl, Iollas!« [bucol. 3.79]) unterbricht er quasi den Vers durch Weinen und Seufzer und lässt die gleiche Silbe [vale], die er zuerst kurz gesetzt hatte, beim zweiten Mal lang erklingen. Um zu zeigen, wie rasch die Zeit verfliegt, nimmt er dagegen einen Vers aus vielen Daktylen, die sich hierfür besonders eignen, und erzielt so eine passende Wirkung: *Sed fugit interea, fugit irreparabile tempus* [»Doch flieht indes, es flieht unwiederbringlich die Zeit«; georg. 3.284].

Ich erwähne jetzt nur noch, wie er auf die fortwährende Feindschaft und Gegnerschaft der Karthager zu den Römern eingeht, indem er bei der Beschreibung der Lage von Karthago in schöner Verdeutlichung diese Wortgruppe voranstellte: »*Italiam contra«* [Verg. Aen. 1.13]. Und um die große Stille beim Angriff auf die trojanischen Stadtmauern durch die Griechen zu schildern, verwendetet er einen Vers mit vielen Spondeen, die von Natur aus Langsamkeit, Schwäche und Müßiggang charakterisieren, und drückte es so aus: »*Invadunt urbem somno vinoque sepultam*« [»Sie dringen in die Stadt ein, die nach dem Gelage in Schlaf versunken war«; Aen. 2.265].

So wären unzählige Beispiele mehr anzuführen, die hier aufzuzählen zu viel Zeit erfordern würde, von denen Vergils Werk aber erfüllt ist. Abschließend möchte ich nur noch sagen, dass die Dichtkunst ohne wohlklingende Worte völlig reizlos wäre. Wie viel Ähnlichkeit und Gemeinsamkeiten die Arithmetik und die Geometrie mit der Musik haben, möchte ich ebenfalls nicht weiter ausführen und hierzu nur so viel sagen: Ein der Musik unkundiger Architekt – das zeigt Vitruv sehr schön – hätte nicht den Sachverstand, technische Geräte zu auszutarieren, in den Theatern die Vasen an die richtige Stelle zu setzen oder Gebäude gut und ausgewogen zu disponieren [Vitr. de architectura 5.4].

Selbst die Astronomie könnte, wenn sie nicht von harmonischen Grundlagen gestützt würde, keine guten oder schlechten Gestirneinflüsse deuten. Ja, ich wage zu behaupten: Kennte der Astronom nicht die harmonische Beziehung zwischen den sieben Planeten und wüsste nicht, wann der eine zum anderen günstig oder in Opposition steht, wäre er nicht in der Lage, die Zukunft vorauszusagen. Und auch die Philosophie, in deren Bereich das wissenschaftliche Durchdenken der Naturphänomene fällt – der tatsächlichen wie der möglichen –, bekennt nicht auch sie, dass alles vom ersten Anstoß abhängt und in wunderbarer Entsprechung einander zugeordnet ist, was sich aus der dem Universum innewohnenden unhörbaren Harmonie erklärt? So haben zunächst die schweren Dinge ihren Platz in der Tiefe, die leichten in der Höhe und diejenigen mit mäßigem Gewicht ihrer Natur entsprechend in der Mitte. Darauf aufbauend konstruieren die Philosophen die Harmonie der Himmelsbewegungen, auch wenn wir sie nicht hören. Das mag an der Schnelligkeit der Planetenbewegungen, der zu weiten Entfernung oder einem anderen uns nicht zugänglichen Grund liegen. Von hier aus ist es zur Medizin kein weiter Schritt mehr. Denn hätte ein Arzt keine Kenntnis von der Musik, wie könnte er seine Medikamente hinsichtlich ihrer Wärme- und Kältegrade aufeinander abstimmen? Wie könnte er die Pulsschläge mit sicherster Kenntnis beurteilen? Der hochgelehrte Herophilos bestimmte sie nach der Folge musikalischer Zahlen. Gehen wir noch weiter nach oben: Unsere Theologie teilt die Engel im Himmel in neun Chöre und drei Hierarchien ein, wie Dionysios Areopagita schreibt [Ps.-Dionysios Areopagita De coelesti hierarchia 6]. Die singen beim unaufhörlichen Anblick <6> der göttlichen Majestät ohne Ende »Heilig, heilig, heilig ist der Herr Gott der Heerscharen«, wie Jesaias geschrieben hat [Jes 6.1–3]. Und nicht nur sie, auch die vier Lebewesen, die nach dem Buch der Offenbarung des Johannes vor dem Thron Gottes stehen, stimmen den gleichen Gesang an [Offb 4.2–8]. Hierzu kommen die 24 Alten. Sie stehen vor dem unbefleckten Lamm und singen mit lauten Stimmen zum Klang der Kitharae dem höchsten Gott ein Neues Lied, wie es auch von den Kitharaspielern vor den vier Lebewesen und den 24 Alten angestimmt wird. Von solchen und nahezu unendlich vielen anderen Beispielen wimmelt es in der Heiligen Schrift, die wir, um uns kurz zu fassen, alle übergehen werden. Es mag genügen, zum höchsten Lob der Musik zu sagen, dass sie nach dem Zeugnis der Heiligen Schrift, die keine der anderen Wissenschaften erwähnt, als einzige im Paradies zu finden ist und dort auf edelste Art ausgeübt wird. Und wie im himmlischen Thronsaal die *ecclesia triumphans*, so lobt und dankt dem Schöpfer hier auf Erden die *ecclesia militans* ausschließlich durch die Musik. Doch lassen wir nunmehr die himmlischen Dinge beiseite und wenden uns wieder denen zu, welche die Natur zur Ausschmückung der Welt hervorgebracht hat. Alles sehen wir erfüllt vom Klang der Musik: Da gibt es zunächst im Meer die Sirenen. Wenn man den Schriftstellern glauben darf, betören sie vorüberziehende Schiffer durch ihren Gesang derart, dass diese oft vom Wohlklang überwältigt und vom Schlaf heimgesucht werden und dabei das Leben verlieren, das allen Geschöpfen das teuerste Gut ist. In der Luft wie auf der Erde wird unser müder und von lästigen Gedanken erfüllter Geist ebenso wie unser Körper durch den Gesang der Vögel erfreut und erfrischt. Wie oft erquickt sich nicht der reisemüde Wanderer an Geist und Körper und vergisst alle ausgestandenen Mühen, wenn er im Wald das süße Gezwitscher der Waldvögel hört, das so vielfältig ist, dass es sich gar nicht im Einzelnen beschreiben lässt. Flüsse und Quellen werden ebenfalls von der Natur hervorgebracht. Sie sind für jeden, der sich in ihrer Nähe aufhält, ein dankbares Vergnügen und laden ihn oft ein sich zu erholen, indem sie seinen rustikalen Gesang mit ihren tosenden Klängen begleiten.

All das drückte der hochgelehrte Vergil mit wenig Worten aus, wenn er sagt, dass zum Gesang des Silen nicht allein Faune und andere wilde Tiere, sondern sogar die knorrigen Eichen zu tanzen pflegten [»tum vero in numerum Faunosque ferasque videres / ludere, tum rigidas motare cacumina quercus«; Verg. bucol. 6.27f.]. Diese [Faune] sprangen umher, jene [Eichen] bewegten sich mit zahlreichen Bewegungen und lassen uns erkennen, dass nicht nur die beseelten Dinge, sondern auch die unbeseelten gleichsam von Klang der Musik ergriffen und überwältigt werden und sich hart oder rau, sanftmütig oder gefällig gerieren. Da sich nun so viel Harmonie in himmlischen wie in irdischen Dingen findet, oder besser gesagt, da die Welt vom Schöpfer so reich mit Harmonie bedacht worden ist, wie könnten wir dann annehmen, der Mensch würde hiervon nicht angerührt werden? Und wenn die Seele der Welt – wie einige meinen – nichts als die Harmonie selbst ist, wie könnte es anders sein, als dass nicht auch unsere Seele die Ursache für alle Harmonie in uns und mit dem Körper in harmonischer Weise verbunden ist? Immerhin hat Gott den Menschen als Abbild der großen Welt erschaffen, die bei den Griechen κόσμος, das heißt Schmuck oder Geschmücktes, heißt. Da er nach ihrem Vorbild in kleinerem Maßstab erschaffen wurde, heißt er zur Unterscheidung μικρόκοσμος, was »kleine Welt« heißt und natürlich keine vernünftige Sache ist. Aristoteles brachte seine Sicht von der musikalischen Struktur des Menschen auf die schöne Formel: Der vegetative Teil verhält sich zum sensitiven und der sensitive zum intellektuellen wie ein Dreieck zu einem Viereck [Aristot. an. 2.3 414b–415a]. Sicher ist, dass es nichts Gutes gibt, was nicht nach musikalischen Gesetzmäßigkeiten disponiert ist. Ja, die Musik erfreut den Geist, führt aber darüber hinaus den Menschen zur Betrachtung der himmlischen Dinge. Sie hat die Eigenschaft, alles, womit sie sich verbindet, vollkommen zu machen. Die Menschen sind wahrhaft glücklich und selig zu nennen, die ein Talent für sie haben. Das bekräftigt der heilige Prophet, wenn er sagt: »Selig das Volk, das zu jubilieren weiß!« Darauf stützt sich auch der Kirchenlehrer Hilarius, Bischof von Poitiers, bei der Erklärung des 65. Psalms: Er lässt sich sogar zu der Aussage hinreißen, dass die Musik für den Christenmenschen essenziell sei und man daher nur im Wissen um sie die Seligkeit erlangen könne. Und das erkühnt mich zu der Behauptung: Wer nichts von dieser Disziplin weiß, ist unter die Ignoranten zu rechnen. In der Antike, so sagt Isidor [von Sevilla], sei es nicht weniger beschämend gewesen, nichts von der Musik zu wissen, als nicht lesen zu können [Isid. orig. 3.16 2]. Daher ist es nicht verwunderlich, wenn der hochberühmte und hochbetagte Dichter Hesiod – wie Pausanias berichtet – vom Wettstreit ausgeschlossen war, wie jeder andere, der nicht gelernt hatte, Kithara zu spielen und damit seinen Gesang zu begleiten. Aus dem gleichen Grund wurde nach [Marcus] Tullius [Cicero] auch Themistokles für wenig gebildet und gelehrt erachtet, als er sich weigerte, beim Gastmahl die Leier zu schlagen. Im Gegensatz hierzu lesen wir, wie die beiden Göttersöhne Linos und Orpheus sich bei den Alten hoher Wertschätzung erfreuten, weil sie mit ihrem süßen Gesang – wie es heißt – die Seelen der Menschen wie auch die der wilden Tiere und der Vögel besänftigten.

Und was noch wundersamer ist, sie bewegten Steine von ihrem Fleck und hielten die Flüsse in ihrem Lauf inne. Gleiches schreibt der gelehrte Horaz dem Amphion zu: <7>

dictus et Amphion, Thebanae conditor urbis
saxa movere sono testudinis, et prece blanda
ducere quo vellet

»sagte auch von Amphion, der die Stadt Theben gegründet, er bewege die Steine durch den Klang seiner Leier« [Hor. ars 394–396]

Von dort müssen es wohl die Pythagoreer haben, die wilde Gemüter mit den Klängen der Musik besänftigten, und auch Asklepiades, der auf diesem Wege viele Male die im Volk entstandene Zwietracht besänftigte und mit dem Ton der Trompete die Tauben wieder zum Hören brachte. Vergleichbares vollbrachte der Pythagoreer Damon: Sein Gesang bewirkte, dass in Trunk und Ausschweifung geratene junge Leute wieder zu einem ausgeglichenen und anständigen Leben zurückfanden. Daher haben diejenigen Recht, die meinen, dass die Musik ein naturgegebenes Gesetz und eine Anweisung zur Mäßigung sei. Auch Theophrastus besänftigte mit einigen musikalischen Weisen verwirrte Gemüter. Indes verspottete der Kyniker Diogenes zu Recht treffend die Musiker seiner Zeit: Was nütze ihnen ihre wohlgestimmte Kithara, wenn ihre Seele in Unordnung und voller Misstöne sei, von der Harmonie der Sitten verlassen?

Wenn wir der historischen Überlieferung Glauben schenken, dürfte uns das, was wir eben gesagt haben, geradezu nichtig vorkommen. Denn Kranke heilen ist wohl etwas Höheres, als das Leben aus der Bahn geratener junger Leute wieder auf den rechten Weg zu bringen. So lesen wir, dass Xenokrates durch Instrumentenklang Geisteskranke wieder in ihren Normalzustand zurückgeführt und Thales aus Candia (Kreta) mit der Kithara die Pest vertrieben habe. Und auch heute erleben wir, wie die Musik wundersame Dinge bewirkt: Die Macht von Musik und Tanz erweist sich gegenüber dem Gift der Taranteln als so wirksam, dass die von ihr Gebissenen in kürzester Zeit geheilt werden. Man kann sich hiervon tagtäglich selbst in Apulien überzeugen, einem Landstrich, wo es diese Tiere zuhauf gibt. Doch brauchen wir nicht weitere Beweise profaner Art anzuführen. Steht nicht in der Heiligen Schrift, dass der Prophet David den bösen Geist Sauls durch den Klang seiner Kithara besänftigte [1 Samuel 16.14–23]? Daher glaube ich, dass es dieser königliche Prophet war, der befohlen hat, im Tempel Gottes Gesang und Saitenspiel zu pflegen. Denn er erkannte, wie wichtig dies war, um die Gemüter zu erfreuen und die Menschen zur Betrachtung der himmlischen Dinge anzuregen. Die Propheten – so sagt Ambrosius bei der Auslegung des 118. Psalms – hätten, wenn sie weissagen sollten, verlangt, dass ein kundiger Instrumentalist hierzu spielen sollte. Sie ließen sich von der Süße des Klanges anregen und erfuhren die Gnade der Eingebung. Elias wollte nicht vor dem König von Israel, der wissen wollte, wie er sich Wasser verschaffen könne, damit seine Heere nicht verdursteten, weissagen, wenn ihm nicht ein Sänger vor das Angesicht geführt würde. Als dieser zu singen begann, wurde jener vom heiligen Geist erfüllt und sagte alles voraus. Aber fahren wir fort, es fehlt ja nicht an Beispielen. Thimotheus – so erzählt wie viele andere Basilius der Große – habe König Alexander mit Musik zum Kampfe aufgewiegelt, als er aber selbst angestachelt wurde, habe er den Kampf abgelehnt. Aristoteles sagt in der *Historia animalium*, Hirsche würden vom Gesang der Jäger und dem Spiel der Hirtenflöte betört und beides bereite ihnen großes Vergnügen [Aristot. hist. an. 9.5]. Das bestätigt Plinius in seiner *Naturalis historia* [Plin. nat. 8.50]. Ohne mich hierüber weiter zu verbreiten, möchte ich nur so viel sagen: Ich kenne Menschen, die gesehen haben, wie Hirsche im Lauf innehielten, um aufmerksam dem Klang von Leier und Laute zu lauschen. Gleichermaßen sieht man alle Tage, wie Vögel durch Melodien überwältigt und getäuscht werden und dann meist Vogelstellern zum Opfer fallen. Plinius berichtet auch, die Musik habe Arion vor dem Tode errettet. Als der ins Meer stürzte, wurde er von einem Delphin aufgenommen und zum Gestade der Insel Tenaro getragen [Plin. nat. 9.8]. Lassen wir aber nun viele weitere mögliche Beispiele beiseite und sprechen ein wenig über Platons Lehrer Sokrates: Der wollte noch als alter und hochweiser Mann die Kithara spielen lernen [evtl. nach Plat. Phaid. 60d–61c]. Und zu den ersten Dingen, die der alte Chiron dem Achill im zarten Alter beibrachte, gehörte die Musik. Er wollte seine blutgierigen Hände erst die Kithara spielen lehren, ehe sie sich mit trojanischem Blut besudelten. Platon und Aristoteles ließen einen wohlgebildeten Menschen ohne Musik nichts gelten. Ja sie führen viele Gründe an, warum man diese Wissenschaft erlernen müsse, und beweisen damit, welch ungeheure Kraft die Musik in uns hat. Daher wollten sie, dass man sich ihr von Kindheit auf ihr widme. Dies genüge, um in uns eine neue und gute Haltung zu wecken und eine Gesittung, die uns zur Tugend führe und unserer Seele die Fähigkeit verleihe, glücklicher zu werden. Auch der gestrenge König der Lakedaimonier [Spartaner] Lykurg lobte und billigte die Musik in höchstem Maße in seinen harten Gesetzen. Er erkannte wohl ihre zwingende Notwendigkeit für die Menschen und ihren großen Nutzen im Kriege. Die [spartanischen] Heere – so erzählt Valerius – wären nie in die Schlacht gezogen, ohne zuvor durch Pfeifenklang angespornt und ermutigt worden zu sein [Val. Max. facta et dicta memorabilia 2.6]. Dieser Brauch lässt sich auch heute noch beobachten: Wenn sich zwei Heeren gegenüberstehen, würde das eine das andere nicht angreifen, wenn es nicht vom Klang der Trompeten und Trommeln oder anderer Instrumente dazu aufgefordert würde. Und obwohl es über die genannten Beispiele hinaus wahrlich nicht an unendlich vielen weiteren fehlt, aus denen sich die Würde und die Vortrefflichkeit der Musik trefflich erkennen ließen, übergehen wir sie jetzt, um nicht noch weiter in die Breite zu gehen. Die bisher angeführten dürften wohl genügen.

Kap. 3

Zu welchem Zweck man die Musik erlernen soll

<8> Oben wurde gefordert, ein wohlgebildeter Mensch solle nicht ohne Musik leben. Folglich muss er sie erlernen. Doch ehe wir hier fortfahren, möchte ich, dass wir zunächst sehen, welchen Zweck er dabei zu verfolgen hat, denn hierüber gibt es ganz unterschiedliche Meinungen. Haben wir das begriffen, werden wir auch den Nutzen erkennen, der von der Musik ausgeht, und dann wissen, wie wir sie anzuwenden haben. Zu Beginn lässt sich feststellen, dass manche meinen, man müsse sich in der Musik ausbilden lassen, um dem Ohr Vergnügen und Freude zu bereiten, für nichts anderes als für die Vervollkommnung des Gehörsinns, genauso wie sich das Sehen vervollkommnet, indem man mit Freude und Wohlgefallen einen schönen und wohlgestalten Gegenstand betrachtet. Deshalb aber braucht man sich bestimmt nicht musikalisch

ausbilden zu lassen, das ist etwas für gewöhnliche und grobe Menschen. Diese Dinge haben – auch wenn es erfreulich ist, dass sie das das Gemüt beruhigen – gar nichts Tugendhaftes an sich. Diese Sicht mag für gröbere Gemüter ausreichen, die lediglich ihre Sinne befriedigen wollen und nichts anderes erwarten. Andere meinten, man sollte die Musik allein schon aus dem Grund erlernen, weil sie eine der *artes liberales* sei und damit zum Bildungsgut besserer Leute gehöre. Sie ertüchtige den Geist, halte seine Leidenschaften im Zaum und gewöhne ihn damit an die Beherrschung der Gefühle bei Freunde und Schmerz.

Schließlich mache sie ihn bereit zu sittlichem Lebenswandel, nicht anders als auch die Gymnastik den Körper stählt und übt. Man käme durch die Musik auch in die Lage, Überlegungen über verschiedene Arten von Harmonie anzustellen, denn durch sie werde unserem Verstand die Natur der musikalischen Zusammenklänge zugänglich. Dieses Argument mag durchaus ehrenwert sein, reicht aber nicht aus. Denn wer sich der Musik widmet, tut es ja nicht nur deshalb, weil er seinen Geist vervollkommnen will. Er möchte auch, wenn er die Lasten und Anstrengungen für Körper und Geist hinter sich gebracht hat, in den Mußestunden abseits der täglichen Verrichtungen seine freie Zeit tugendhaft verbringen. Auf diese Weise wird er ein rechtschaffenes und lobenswertes Leben fernab der Trägheit führen, Besonnenheit üben und sich besseren und löblichen Dingen zuwenden. Dieser Zweck ist nicht nur achtbar und ehrenwert, sondern auch der wahre Zweck. Nie hat Musik einen anderen Sinn gehabt oder wurde einem anderen Zweck unterstellt, als wir oben dargelegt haben. Der Philosoph [Aristoteles] stellt das in seiner *Politik* dar und führt viele Belegstellen bei Homer an [Aristot. pol. 8.5–7]. Daher verfuhren die Alten durchaus richtig, wenn sie die Musik unter die Formen gesellschaftlicher Unterhaltung einreihten, die dem freien Menschen ziemlich sind. Damit zählt sie zu den rühmlichen, wenn auch nicht unbedingt notwendigen Disziplinen, wie etwa die Arithmetik, und auch nicht zu den nützlichen, wie einige, die nur für den Erwerb von weltlichen Gütern, wie Geld, und für das Wohl der Familie da sind. Sie zählt auch nicht zu denjenigen Disziplinen, die der Gesundheit des Körpers dienen und der Kräftigung wie die Gymnastik, in der alles enthalten ist, was den Körper gesund und stark macht, wie Wettkampf, Speerwurf und andere zum Kriegswesen gehörige Dinge. Daher soll man die Musik nicht erlernen, weil sie notwendig ist, sondern als freie und ehrbare Kunst. Durch sie finden wir zu guter und tugendhafter Haltung. Sie führt uns auf den Weg sittlichen Lebenswandels, lässt uns zu wichtigeren und nützlicheren Erkenntnissen gelangen und unsere freie Zeit tugendhaft verbringen. Hierin muss sozusagen ihr Hauptzweck oder ihre letztliche Intention liegen. Inwieweit sie aber die Kraft besitzt, neue Gebräuche zu etablieren und die Gemüter zu verschiedenen Gefühlsregungen zu bewegen, davon wird an anderer Stelle noch die Rede sein.

Kap. 4

Welchen Nutzen wir von der Musik haben, inwieweit wir sie mit Eifer betreiben sollen und wie sie anwenden

Wir können aus der Musik wahrhaft großen Nutzen ziehen, wenn wir sie in Maßen pflegen. Diese Tatsache betrifft nicht allein den mit Vernunft begabten Menschen. Auch viele andere Lebewesen, denen es an Vernunft mangelt, ziehen aus ihr, so heißt es, Freude und Wohlgefallen. Denn jedes Geschöpf vergnügt und erfreut sich an Ebenmaß und Ausgewogenheit. Und da sich diese Qualitäten in der Harmonie finden lassen, löst sie unmittelbar bei allen Lebewesen Wohlgefallen und Freude aus. Das ist in der Tat verständlich, denn die Natur besteht aus Ebenmaß und Ausgewogenheit, und seinesgleichen erfreut sich aneinander und zieht sich an. Hierfür geben uns schon neugeborene Kinder klare Anzeichen. Gefangen vom süßen Gesang ihrer Ammen, beruhigen sich wieder nach langem Weinen, hellen ihre Mienen auf und gehen dann <9> häufig zu fröhlichem Strampeln über. Und auch uns selbst ist die Musik so nahe und so verbunden. Das können wir daran sehen, dass jeder etwas dazu sagen will, sei er auch noch so wenig kundig. Man könnte es so ausdrücken: Wer an der Musik keine Freude empfindet, ist kein innerlich ausgeglichener Mensch sein. Denn wenn – wie wir gerade festgestellt haben – Freude und Wohlgefallen sich aus einer Wesensähnlichkeit herleiten, so kann jemand ohne Freude an der Harmonie nur ein innerlich unharmonischer und musikalisch unkundiger Mensch sein. Geht man dem weiter nach, so wird man sehen, dass solch ein Mensch ein kümmerlicher Geist ohne Urteilsvermögen ist. Man könnte ihn für von der Natur vernachlässigt halten, weil sie diesen Sinn bei ihm nicht angemessen ausgebildet hat. Denn wenn das den Ohren am nächsten, inmitten des Gehirns liegende Areal wohlgeformt ist, dann dient dies in gewisser Weise dem Verständnis für Harmonie, und von dieser wird der Mensch als von etwas Wesensähnlichem ergriffen und überwältigt und empfindet hierüber große Freude. Wenn aber dieses Hirnareal bei jemandem nicht diese wohlgeformte Gestalt aufweist, so hat er viel weniger Gefallen an der Harmonie als alle anderen. Er eignet sich dann für das Nachsinnen und kreative Denken wie der Esel für die Leier. Wenn wir in dieser Sache der Ansicht der Astrologen folgen, würden wir sagen: Bei seiner Geburt hat offenbar Merkur in Opposition gestanden. Denn der ist denen gewogen, die sich an der Harmonie nicht nur erfreuen, sondern ganz unbefangen selbst singen und Musik spielen, dabei ihren Sinn erfrischen und wieder neue Kräfte gewinnen. Wie leicht werden dann alle Mühen! Ja, die Natur hat es weise gefügt, wenn sie – wie die Platoniker meinen – in uns durch den Geist eine Verbindung zwischen Körper und Seele geschaffen hat. Wird eines von ihnen schwach oder krank, so hat sie die rechten Arzneien dafür bereit: Ein ermatteter und kranker Körper bedarf zur Heilung medizinischer Mittel, für das von Trübsal geplagte und mutlose Gemüt sind die Luftgeister, Töne und Gesänge das geeignete Heilmittel. Die Seele schließlich wird im Kerker des Leibes durch die hohen und göttlichen Mysterien der heiligen Theologie getröstet. Solch nützliche Hilfe gibt die Musik und noch mehr: Sie verjagt die Verdrießlichkeit nach des Tages Mühen und gibt uns unseren Frohsinn wieder, ja, sie verdoppelt und bewahrt ihn in uns. Wir sehen Soldaten den Feind umso heftiger angreifen, wenn sie von Trompeten und Pauken angefeuert werden. Und nicht nur sie, auch die Pferde bewegen sich dann mit großer Wucht vorwärts. So regt die Musik unser Gemüt an, bewegt unsere Gefühle, besänftigt und beruhigt unsere Wut, ist eine tugendhafte Beschäftigung und hat die Kraft, in uns gute Gewohnheiten zu begründen, besonders, wenn sie in rechter Weise und in Maßen gepflegt wird. Und weil ihre ureigene Aufgabe darin besteht Menschen zu erfreuen, dürfen wir sie nicht unredlich verwenden, sondern müssen sie auf ehrbare Weise gebrauchen. Sonst geschieht das, was für gewöhnlich jenen zustößt, die unmäßig viel Wein trinken. Sind ihre Gemüter erst einmal erhitzt, schaden sie sich selbst, machen tausend Narrheiten, so dass jeder, der sie sieht, lachen muss. Das kommt nicht etwa daher, weil der Wein an sich etwas Schlechtes wäre und in Maßen genossen beim Menschen die gleiche Wirkung zeitigen würde. Nein, so gibt er sich nur dem, der ihn gierig heruntersäuft. Denn alle Dinge sind gut, wenn sie in Maßen zu dem Zweck gebraucht werden, zu dem sie gedacht sind. Gefährlich und schädlich werden sie nur bei unmäßigem, bestimmungswidrigem Gebrauch. Wir können daraus die Wahrheit ableiten, dass sich nicht nur natürliche Dinge, sondern auch alle Künste und Wissenschaften gut oder böse auswirken, je nachdem, wie sie angewandt werden. Gut, wenn ihre Anwendung auf den Endzweck ihrer Bestimmung gerichtet ist, und schlecht, wenn sie sich hiervon entfernt. Der Mensch ist sicherlich für weit bedeutendere Dinge geschaffen als für Gesang und Saitenspiel, egal auf welchem Instrument, um lediglich den Gehörssinn zu befriedigen. So würde er seine Natur missbrauchen, von seiner eigentlichen Bestimmung abweichen und sich kaum um Nahrung für seinen Geist kümmern, der immer bestrebt ist, alle Dinge kennenzulernen und zu verstehen. Daher soll der Mensch nicht einfach die Kunst der Musik erlernen, sich von den anderen Wissensgebieten fernhalten und damit den Zweck verfehlen. Das wäre eine große Dummheit! Stattdessen soll er die Musik zu dem Zweck erlernen, der ihr zugedacht ist: Er darf seine Zeit nicht mit bloßem Instrumentalspiel verbringen, sondern soll gleichzeitig die Musiktheorie studieren, um mit ihrer Hilfe zu größerer Einsicht in all das zu gelangen, was zur Musikpraxis gehört und so bei ihrer Ausübung das zur Anwendung bringen können, was er in langem theoretischem Studium gelernt hat. Dergestalt eingebettet bringt das Studium der Musik Nutzen für die Beschäftigung mit jeder Wissenschaft und jeder Kunst, wie wir andernorts schon gesehen haben. Wollte der Mensch anders verfahren, würde er weder viel Nutzen noch großen Ruhm daraus ziehen; vielmehr würde man ihm das als Fehler ankreiden. Denn eine ständige Musikausübung ohne weiteres Studium führt zu Trägheit und Faulheit und macht die Gemüter weichlich und weibisch.

Als die Alten dies erkannten, waren sie dafür, das Musikstudium mit der Gymnastik zu verbinden. Sie wollten damit erreichen, dass man nicht eine der Disziplinen ohne die andere ausüben könne. Das taten sie, damit der Geist nicht durch ein Zuviel an Musik feige werde oder durch ein Zuviel an Gymnastik übermäßig wild, grausam und unmenschlich. Beide Disziplinen im Verbund aber machen uns menschlich, bescheiden und ausgeglichen. Dass die Alten recht daran taten, kann man eindeutig <10> an denjenigen beobachten, die in ihrer Jugend nichts von den wichtigeren Dingen gelernt, sondern sich nur mit Theaterleuten und Schmarotzern unterhalten haben. Ihre Schule ist das Spiel, das Tanzen und das Springen, sie spielen Leier oder Laute, singen Lieder, die alles andere als anständig sind, und zeigen ein weichliches und weibisches Verhalten ohne jedwede guten Sitten. Wenn die Musik so ausgeübt wird, verdirbt sie den Charakter der Jugend. Ovid beschreibt das sehr gut mit folgenden Worten:

Enervant animos citharae cantusque lyraeque
et vox, numeris brachia mota suis:

Zithern, Lieder und Leiern schwächen den Geist
und auch die Stimme, wird sie in deren Rhythmen gezwungen [Ov. rem. 753f.].

Sie haben nichts anderes im Kopf und aus ihren schmutzigen Mündern hört man nur unehrenhaftes Gerede. Das Gegenstück zu ihnen bilden solche, die vom unmäßigen Musikmachen nicht nur verweichlicht und weibisch, sondern lästig, frech, anmaßend, stur und unmenschlich werden. Die meinen, wenn sie irgendwo etwas erreicht haben, seien über alle anderen erhaben. Sie brüsten sich, sind überheblich und loben sich selbst. Sie verunglimpfen andere, indem sie meinen, sie hätten die Weisheit mit Löffeln gefressen, fühlen sich immer im Recht, halten sich für den Nabel der Welt und sind an Hochmut nicht zu überbieten. Nur inständige Bitten und weit über ihr Verdienst hinausgehende, unangebrachte Lobeserhebungen können sie dahin bringen, sich mit ihren Weisheiten zurückzunehmen. Solche »Tigellier« werden von Horaz trefflich beschrieben:

Omnium hoc vitium est cantorum, inter amicos
ut nunquam inducat animum cantare rogati,
iniussi numquam desistant.

»Allen Sängern ist eigen der Fehler, dass unter den Freunden
nie sind gewillt sie zu singen, sind sie gebeten, dagegen
nie, wenn man nicht sie es hieß, davon abstehn.« [Hor. sat. 1.1–3]

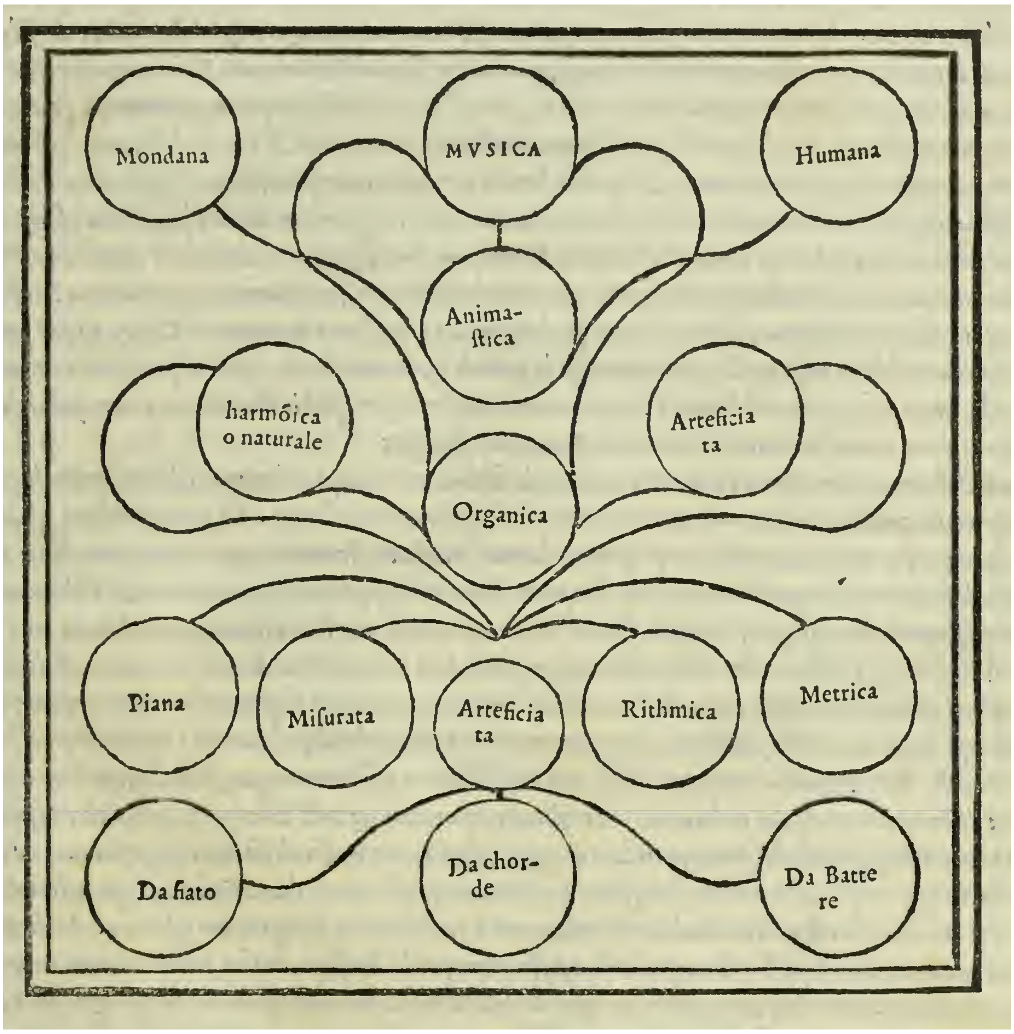
Ihnen hätte es gutgetan, wenn ihre Väter sie etwas anderes hätten lernen lassen, und sei es eine noch so untergeordnete Tätigkeit. Sie wären dann vielleicht nicht auf solche Irrwege geraten und anständiger geworden. Ich habe mich über all das ausgelassen, damit diejenigen, welche sich die Kunst der Musik zu Eigen machen wollen, sich mit Hingabe der Wissenschaft zuwenden und das Studium der Musiktheorie betreiben. Denn ich zweifle nicht daran, dass sie, wenn sie diese beiden Dinge [Theorie und Praxis] miteinander verbinden, tüchtige, ehrbare und gesittete Menschen werden und so in die Fußstapfen der Alten treten. Denn die verbanden ja – wie schon gesagt – die Musik mit der Gymnastik, was jeden auf geradem Wege zu sittlichem Lebenswandel zurückführte. Doch glaube bitte niemand, ich hätte all das zur Musik deshalb gesagt, um ihn selbst oder überhaupt alle, die auf diese Weise Musik ausüben, kränken zu wollen. Das wäre mir niemals in den Sinn gekommen. Mir lag vielmehr daran, unsere Musik durch die Verbindung zu anderen ehrbaren und ernsthaften Wissenschaften gegen Vagabunden, Müßiggänger und durchtriebene Gaukler zu verteidigen und sie wieder dorthin zu bringen, wo sie eigentlich hingehört. Sie hat nicht denen zu dienen, die sich nur ihrem sinnlichen Vergnügen widmen, sondern sollte den Studierenden der gehobenen Wissenschaften offenstehen, denen, welche die Regeln der Tugend befolgen und ein gesittetes und kultiviertes Leben führen.

Kap. 5

Was Musik im universellen Sinne ist und ihre Einteilung

Beginnen wir also mit dem so ehrbaren und rühmlichen Studium, indem wir zunächst sehen, was Musik eigentlich ist, und dann, wie viele Erscheinungsformen sie hat. Dies werden wir so halten, um nicht von der guten Ordnung der Alten abzuweichen. Denn die waren der Meinung, dass jede vernünftige Erörterung einer beliebigen Sache von ihrer Definition auszugehen hat, damit man weiß, worüber gesprochen werden soll.

Allgemein gesprochen sage ich: Die Musik ist nichts anderes als Harmonie. Wir können sagen, dass sie jene Verbindung von Streit und Freundschaft ist, die Empedokles beschrieben hat und von der er meinte, dass aus ihr alle Dinge entstünden. Also sozusagen eine »zwieträchtige Eintracht«, eine Eintracht zwischen verschiedenen Dingen, die sich zusammenfügen lassen. Doch da das Wort »Musik« verschiedene Bedeutungen hat und die Vernunft verlangt, dass alles Vieldeutige zunächst aufgegliedert werden muss, ehe die Definition erfolgt – insbesondere wenn ein jedes seiner Teile im Einzelnen erklärt werden soll –, wollen wir die Musik zuerst unterteilen und sagen: Es gibt zwei Arten, die *musica animastica* und die *musica organica*. Die erste ist die Harmonie, die sich aus dem Zusammenfügen verschiedener Teile in einem Körper ergibt. Dabei müssen diese Teile nicht unbedingt miteinander harmonieren. Als Beispiel hierfür kann die Mischung der vier Elemente oder anderer Qualitäten im beseelten Körper angeführt werden. Die andere ist eine Harmonie, die von verschiedenen Instrumenten herrührt. Diese unterteilen wir wiederum in zwei, weil es zwei Arten von Instrumenten gibt, die natürlichen und die künstlichen. Die natürlichen sind die Stimmwerkzeuge, welche bei der Stimmgebung zusammenwirken: Kehle, Gaumen, Zunge, Lippen, Zähne und schließlich die Lunge. Sie alle sind von der Natur geformt worden. Diese Teile werden vom Willen in Gang gesetzt, aus ihrer Bewegung entsteht der Laut, aus dem Laut die Sprache und aus dieser wiederum die Modulation oder der Gesang. <11> So erzeugen eine Bewegung im Körper, die bewusste Formung des Tones und die Anpassung der Worte an den Gesang eine perfekte Harmonie, die besagte *musica harmonica* oder *naturalis*. Die künstlichen Instrumente sind hingegen Erfindungen des Menschen. Sie werden handwerklich hergestellt und erzeugen die *musica artificialis*. Diese Harmonie entsteht aus den entsprechenden Instrumenten und existiert in drei Erscheinungsformen: Entweder entspringt sie Instrumenten, bei denen der Ton auf natürliche oder künstliche Weise durch Luft erzeugt wird wie bei Orgeln, Pfeifen, Trompeten und ähnlichen. Oder sie rührt von Saiteninstrumenten her, auf denen man nicht blasen kann, wie Kitharae, Leiern, Lauten, Harfen, Hackbrettern und ähnlichen, die mit den Fingern oder mit Plektren angeschlagen oder mit Bögen gestrichen werden. Schließlich kann sie auch von Schlaginstrumenten ausgehen wie von Trommeln, Zimbeln, Pauken, Glocken und ähnlichen. Diese werden aus einem Holzcorpus mit einem darüber gespannten Tierfell oder aus Metall hergestellt und auf beliebige Weise angeschlagen. Somit gibt es drei Arten der *musica artificialis* [Instrumentalmusik] – *da fiato, da chorde* und *da battere* [mit Blas-, Saiten- und Schlaginstrumenten] – und vier der *musica naturalis*: *plana*, *mensurata*, *rhythmica* und *metrica*. Diese letzten vier kann man allerdings auch der *musica artificialis* zurechnen. Den Grund hierfür werden wir andernorts noch sehen. Die *musica animastica* aber teilen wir ebenfalls in zwei Arten: in die *musica mundana* und die *musica humana*. Sie alle sind in der folgenden Übersicht zu sehen:



Einige haben zwar einen Unterschied gemacht zwischen der Musik für Blasinstrumente, die sie *musica organica* nannten, und der für Saiteninstrumente ohne Anblasmöglichkeit, die dann *musica rhythmica* heißt. Doch nichtsdestoweniger möchte ich beide ohne Differenzierung *artificialis* nennen. Denn zum einen ist es wohl nicht so wichtig, ob man sie so oder so nennt; und zum anderen wollte ich gerne die Bezeichnung *organum*, von der sich der Name *organica* ableitet, beibehalten, weil man hierunter alle Arten von Instrumenten versteht. Darüber hinaus wollte ich der Doppeldeutigkeit aus dem Wege gehen, die sich einstellt, wenn man *rhythmica* sagt. Denn darunter könnte man ja nicht nur die von den Saiteninstrumenten herrührende Harmonie verstehen, sondern auch diejenige, welche einem gut geschriebenen Text entspringt. Doch sehen wir uns nunmehr ein jedes Element der oben stehenden Übersicht im Einzelnen an.

Kap. 6

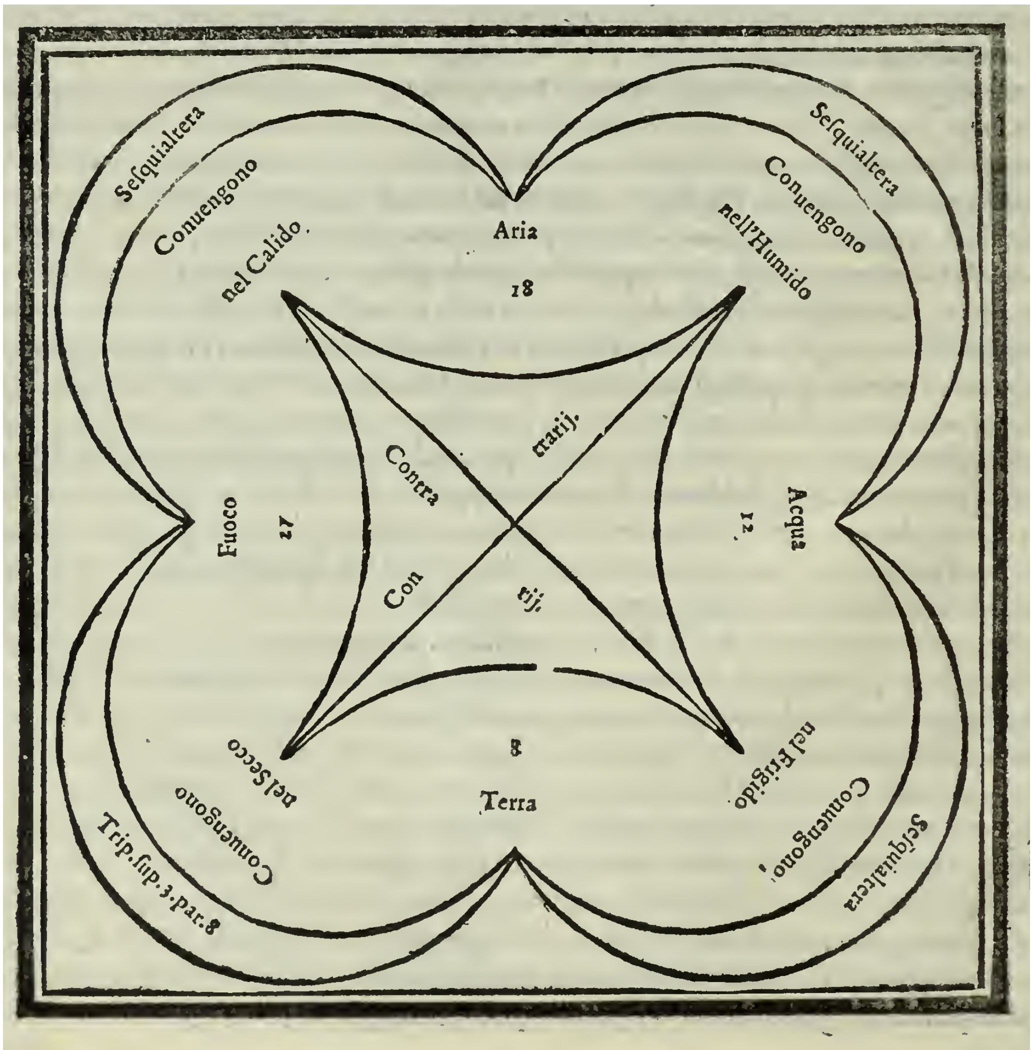
Die *musica mundana*

<12> Kommen wir also auf die *musica animastica* zurück, welche die beiden Arten *musica mundana* und *musica humana* umfasst. Die *musica mundana* ist nicht nur jene Harmonie, die man in den sichtbaren Dingen und am Himmel erkennt, man versteht darunter auch die Verbindung der Elemente und die Vielfalt der Jahreszeiten. Man sieht und erkennt sie am Himmel an den Planetenbahnen, den Abständen und den Regionen der himmlischen Sphären, an den Aspekten, der Beschaffenheit und der Lage der sieben Planeten Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter und Saturn. Viele antike Philosophen, besonders Pythagoras, vertraten die Ansicht, dass eine Bewegung von solcher Kraft und Schnelligkeit nicht ohne Töne vor sich gehen könne. Obwohl diese Ansicht von Aristoteles missbilligt wurde, favorisiert Cicero sie im sechsten Buch der *De re publica*. Dort fragt der jüngere Scipio den älteren, den Africanus: »Was ist das für ein so gewaltiger und süßer Klang, der meine Ohren erfüllt?« Und dieser antwortet hierauf: »Er ist aus ungleichen Intervallen zusammengefügt, die dennoch in einem bestimmten Teilungsverhältnis zueinander stehen, und er entsteht aus dem Anstoß und der Bewegung der Kreisbahnen. So mischt sich die Höhe mit der Tiefe und schafft auf diese Weise verschiedene Zusammenklänge. Aber solch gewaltige Bewegungen gehen nicht lautlos vonstatten, und die Natur bringt es mit sich, dass die beiden Enden zur einen Seite tief und zur anderen hoch klingen. Daher kommt es, dass der höchste Kreis des gestirnten Himmels sich durch seinen schnelleren Umlauf hoch und laut klingend bewegt und der tiefste, der des Mondes, ganz tief schwingt« [Cic. rep. 6.18]. So spricht Cicero und folgt damit der Ansicht Platons. Der erklärt sich die aus der Kreisbewegung herrührende Harmonie aus der Vorstellung, dass über jeder Sphäre eine Sirene säße. Sirene bedeutet hier nichts anderes als eine Sängerin vor Gott. Hierauf nimmt gleichermaßen Hesiod in seiner Theogonie Bezug, wo er die achte, dem achten Himmelskreis zugeordnete Muse Οαυρανια, Urania, nennt. Der Name leitet sich von Ουρανος, Uranos, ab, womit die Griechen den Himmel bezeichneten. Um darzulegen, dass die neunte Sphäre die Gebärerin der großen und übereinstimmenden Einheit der Töne ist, nannte er sie Καλλιοπή, Kalliope, was »die mit der ausgezeichneten Stimme« bedeutet. Damit möchte er die sich aus allen anderen Sphären ergebende Harmonie umschreiben. Darauf spielt auch der Dichter [Vergil] an, wenn er sagt: *Vos, o Calliope, precor, adspirate canenti* [»Euch Musen, Calliope, flehe ich an, seid mir gewogen, wenn ich nun davon künde«; Verg. Aen. 9.525]. Er ruft nur Kalliope im Plural an, als die bedeutendste und als die, auf deren alleiniges Geheiß sich alle anderen Sphären bewegen und drehen.

Die Alten waren von der Wahrheit dieser Vorstellung so überzeugt, dass sie bei ihren Opfern Musikinstrumente ertönen ließen und dazu Hymnen in wohlklingenden Versen sangen. Diese enthielten zwei Teile, von denen sie einen στροφή [Strophe] und den anderen αντιστροφή [Antistrophe] nannten. Damit wurden die verschiedenen von den himmlischen Sphären beschriebenen Kreisbewegungen zum Ausdruck gebracht: Die eine symbolisierte die sphärische Bewegung der Fixsterne von Ost nach West, die andere die hierzu entgegengesetzte Bewegung der Planeten von West nach Ost. Mit Musikinstrumenten begleitete man auch die Körper der Toten zum Grab, denn man war der Auffassung, dass die Seelen nach dem Tode zum Ursprung der süßen Musik zurückkehren würde, nämlich in den Himmel. Eine solche Sitte pflegten auch die Juden vor Zeiten beim Tod eines Verwandten. Hierüber haben wir im Evangelium ein ganz eindeutiges Zeugnis, wo die Auferweckung der Tochter eines Synagogenvorstehers beschrieben wird: Dort gab es Musikinstrumente und unser Herr befahl den Spielern aufzuhören [vgl. Mt 9, 18–19, 23–26]. Die Juden folgten damit – wie Ambrosius sagt – dem Brauch ihrer Vorfahren: Diese luden auf solche Weise die Umstehenden zum Mitweinen ein. Viele vertraten hierzu die Meinung, dass in diesem Leben jede Seele von Musik überwältigt würde. Und obgleich sie im Kerker des Körpers gefangen sei, werde sie sich in der Erinnerung der himmlischen Musik bewusst und vergesse dann alle harten und lästigen Mühen. Dass das nicht abwegig schien, darüber haben wir das Zeugnis über die Himmelsharmonie in der Heiligen Schrift. Dort spricht der Herr zu Hiob [so nicht im Text, evtl. sehr frei nach Hiob 38,7]: »Wer vermag von den Klängen der Himmelssphären zu erzählen? Und wer lässt ihren Klang ruhen?« Und wenn ich mich fragen würde: Wie kommt es, dass wir einen so gewaltigen und süßen Klang nicht hören? Dann wüsste ich nichts anderes zu antworten als das, was Cicero am oben angeführten Ort hierüber sagt: dass unsere Ohren von so viel Harmonie erfüllt ganz taub sind. Das ist so wie bei den Bewohnern der Orte, an welchen der Nil von den höchsten Bergen hinunterstürzt, den sogenannten Katadupen: Diese sind von dem ungeheuren Getöse taub geworden. Oder es ist, wie wenn unser Auge dem Licht der Sonne nicht standhalten kann und von ihren Strahlen überwältigt wird. Genau so können unsere Ohren auch nicht die Süße der Himmelsharmonien begreifen, die so überragend und so raumgreifend sind. Doch alle Vernunft überzeugt uns zumindest in dem Glauben, dass die Welt in Harmonie zusammengesetzt ist. <13> Denn ihre Seele ist – gemäß Platon – harmonisch [Plat. Tim. 34a–36d], und auch die Himmelssphären kreisen ihrem Verständnis nach harmonisch. Das lässt sich an ihren Kreisbewegungen erkennen, von denen eine mit der anderen verglichen in einem durch Zahlenproportionen bestimmten Verhältnis langsamer oder schneller ist. Man erkennt diese Harmonie auch anhand der Abstände der himmlischen Sphären voneinander, denn diese stehen – wie viele meinen – zueinander in einer harmonischen Proportion. Sie lassen sich zwar nicht mit den Sinnen, wohl aber mit dem Verstand erfassen. Die Pythagoreer bemaßen – wie Plinius zeigt – die Abstände der Himmelssphären und die entsprechenden Intervalle wie folgt: den Abstand von der Erde zur ersten Sphäre, der des Mondes, setzten sie mit 12.600 Stadien an und behaupteten, dies entspräche dem Intervall des Ganztons. Das ist – so scheint es mir – völlig abwegig. Denn es kann doch nicht sein, dass solche von Natur aus unbeweglichen Körper wie die Erde zur Erzeugung von harmonischen Klängen geeignet sein sollen, wo doch die Töne – Boethius zufolge – ihren Ursprung in der Bewegung haben [Boeth. mus. 1.3]. Weiter setzten die Pythagoreer von der Sphäre des Mondes zu der des Merkurs das Intervall eines großen Halbtones an, vom Merkur zur Venus den kleinen Halbton, von der Venus zur Sonne den Ganzton mit kleinem Halbton [= kleine Terz]; der Abstand von der Sonne zur Erde, so sagten sie, betrüge drei Ganztöne und einen Halbton an, ein Tonabstand, der Quinte genannt wird. Vom Mond zur Sonne setzten sie eine Entfernung von zwei Ganztönen und einem Halbton, die zusammen den Tonabstand einer Quarte bilden. Dann kehrten sie zum Ausgangspunkt des Systems zurück und sagten, dass die Sonne vom Mars genauso weit entfernt sei wie der Mond von der Erde. Vom Mars zum Jupiter sei es ein kleiner Halbtonschritt, von hier zum Saturn ein großer, und von dort bis zur letzten Himmelssphäre mit den Tierkreiszeichen setzten sie den Abstand des kleinen Halbtons an. Somit ergibt sich von der letzten Himmelssphäre bis zu jener der Sonne der Abstand oder das Intervall der Quarte und von der Erde bis zur letzten Himmelssphäre der Abstand oder das Intervall von fünf Ganztönen und zwei Halbtönen, also der Oktave.

Wer die Himmelssphären in ihren Einzelteilen untersuchen will, wie es [Claudius] Ptolemäus mit großer Sorgfalt getan hat, wird – vergleicht er die zwölf Abschnitte des Zodiak, der die zwölf Tierkreiszeichen enthält – die genannten Konsonanzen, also die Quarte, die Quinte, die Oktave und die anderen der Reihe nach wiederfinden. In den Bewegungen in Richtung Sonnenaufgang und Sonnenuntergang wird er die ganz tiefen Töne erkennen können und in jenen, die sich in der Himmelsmitte ereignen, die ganz hohen. In den Höhenregionen wird er das diatonische, das chromatische und das enharmonische Tongeschlecht entdecken, in den Seitenregion die *tropi* (τρόποι) oder *modi*, wie wir sie nennen wollen, und an der Gestalt des Mondes, entsprechend der verschiedenen Aspekte zur Sonne die Verbindungen der Tetrachorde. Doch über die eben genannten Phänomene hinaus lässt sich eine solche Harmonie auch aus den verschiedenen Aspekten der sieben Planeten, ihrer Beschaffenheit, ihrer Position und ihrer Lage erkennen. Zu den Aspekten zählen Trigon, Quadrat und Sextil, Konjunktion und Opposition. Diese bewirken bei den irdischen Dingen gemäß ihrer guten und schlechten Einflüsse eine solche Vielfalt an Harmonie, dass man sie unmöglich erklären kann. Der Natur nach gibt es einige, die – so wollen es die Astrologen – traurig und melancholisch sind. Sie werden von jenen, die gut und wohlwollend sind, so gemäßigt, dass daraus eine Harmonie entsteht, die für die Sterblichen höchst angenehm und förderlich ist. Dass lässt sich auch der Position oder Lage [der Planeten] entnehmen, denn sie sind zueinander so angeordnet, wie die Tugenden zu den Lastern. So wie die Extreme durch ein geeignetes Mittel zu tugendhaftem Verhalten gelangen, werden jene Planeten, die von Natur aus bösartig sind, zur Mäßigung geführt, wenn zwischen ihnen ein Planet von wohlwollender Natur steht. So sieht man etwa, dass Saturn und Mars, wenn sie sehr hoch stehen, von Natur aus bösartig sind. Steht aber Jupiter zwischen ihnen und die Sonne unter dem Mars, wird diese Bösartigkeit durch eine gewisse Harmonie gemäßigt. Dann können ihre schlechten Einflüsse bei den irdischen Dingen keine bösartige Wirkung hervorbringen, wie es ohne diese Vermittlung geschehen würde. Ihr Einfluss hat so große Macht über alles Irdische, dass sich die Harmonie der vier Elemente auflösen würde, wenn die beiden erstgenannten Planeten die Herrschaft über das Jahr hätten. Denn dann wäre die Luft so verunreinigt, dass sich auf der Welt eine allgemeine Pest einstellen würde. Es heißt auch, dass die beiden großen Leuchtkörper Sonne und Mond eine entsprechende Harmonie des guten Willens zwischen zwei Menschen bewirken, wenn bei der Geburt des einen die Sonne im Sternbild des Schützen und der Mond in dem des Widders gestanden hat und bei der Geburt des anderen die Sonne im Widder und der Mond im Schützen. Eine ähnliche Harmonie soll entstehen, wenn sie in demselben oder einem ähnlichen Sternzeichen geboren wurden oder denselben oder einen ähnlichen Aszendenten haben oder wenn zwei wohlwollende Planeten unter demselben Aspekt zum östlichen Winkel zeigen. Dasselbe soll angeblich geschehen, wenn sich Venus in demselben Zeichen oder demselben Winkel befindet wie bei ihrer Geburt. Haben wir all diese Ansichten berücksichtigt und bedenken wir, dass die Welt – wie einige versichern – <14> ein Instrument Gottes ist, so bewahrheitet sich, was ich bei der Erklärung der *musica mundana* gesagt habe: Sie ist die Harmonie, die wir in den sichtbaren und erkennbaren Himmelserscheinungen erblicken.

Ich sagte dann weiter: Sie zeigt sich auch in der Verbindung der Elemente, die ja – wie alles andere – vom erhabenen Baumeister Gottvater erschaffen wurden, in Zahl, Gewicht und Maß. Durch diese drei Kategorien lässt sich unsere Harmonie erfassen. Zunächst über die Zahlen und durch die vier und nicht mehr Primärqualitäten Trockenheit, Kälte, Feuchtigkeit und Hitze, die sich in den vier Elementen wiederfinden, weil einem jeden Element primär eine dieser Qualitäten zugeordnet wird: die Trockenheit der Erde, die Kälte dem Wasser, die Feuchtigkeit der Luft, die Hitze dem Feuer. Sekundär tritt die Trockenheit zum Feuer, die Hitze zur Luft, die Feuchtigkeit zum Wasser, die Kälte zur Erde. Es stört dabei nicht, dass die zu den Primärqualitäten gehörenden Elemente gegensätzlich sind, werden sie doch durch eine vermittelnde Qualität harmonisiert und vereint. Und weil jedem Element – wie wir gesehen haben – zwei Primärqualitäten zugeordnet werden, lassen sich durch sie die Elemente auf wundersame Weise zusammenbringen. So wie zwei Quadratzahlen durch eine proportioniert gesetzte dazwischen liegende Zahl verbunden werden, kommen auch zwei Elemente durch eine vermittelnde Qualität zusammen. Zum Beispiel sind 4 und 9 beide Quadratzahlen. Ihr vermittelnder Wert ist die 6, welche die 4 um jene Quantität [die Wurzel der Quadratzahl] übersteigt um die sie von der 9 übertroffen wird [$4 + \sqrt{4} = 6$; $9 - \sqrt{9} = 6$]. So ist es auch bei Feuer und Wasser. Sie haben gegensätzliche Qualitäten und lassen sich doch durch ein vermittelndes Element in Beziehung setzen: Das Feuer ist von Natur heiß und trocken, das Wasser kalt und feucht. Da nun die Luft heiß und feucht ist, harmonieren sie auf höherer Ebene. Hierbei stößt zwar die Hitze das Wasser ab, aber die Feuchte bringt es wieder her. Und wenn sich auch die Feuchtigkeit des Wassers und die Trockenheit der Erde abstoßen, werden sie durch die Kälte vereint. Sie sind dann auf so wunderbare Weise miteinander verbunden, dass man zwischen ihnen genau so wenig einen Unterschied erkennen kann, wie zwischen zwei proportioniert gesetzten Zahlen, die zwischen zwei Quadratzahlen stehen. Am folgenden Beispiel kann man das klar erkennen:



<15> Diese auf harmonischem Wege erreichte Verbindung beschrieb Boethius mit folgenden Versen:

Tu numeris elementa ligas, ut frigora flammis
Arida conveniant liquidis, ne purior ignis
Evolet aut mersas deducant pondera terras.
Tu triplicis mediam naturae cuncta moventem
Connectens animam per consona membra resolvis.

»Du erbändigst durch Zahlen den Urstoff, dass sich die Kälte.
schickt in die Flamme, das Trockne dem Flüssigen, dass nicht das Feuer
zu rein entfliege oder die Massen die Erde versenken.
Du bist's, der füget als Mitte die alles bewegende Seele
dreigeteilter Natur und sie löset in einträcht'ge Glieder« [Boeth. cons. 3, 9. c, 10–14]

Und anderswo:

Haec concordia temperat aequis
Elementa modis, ut pugnantia
Vicibus cedant umida siccis

Iungantque fidem frigora flammis,
Pendulus ignis surgat in altum
Terraeque graves pondere sidant

»Dieser Einklang [diese Harmonie] regiert im gerechten Maß
das Element, dass im wechselnden Kampf
das Feuchte weicht vor dem trocknen Stoff
und die Kälte der Glut ihren Treuschwur gibt,
das Feuer sich hebt freischwebend zur Höh
und die Erde beschwert vom Gewicht sich setzt.« [cons. 4, 6. c., 19–24]

Will man die *harmonia mundana* aus den Schweregraden der Elemente nachvollziehen, wird man folgendes bemerken: Da sie im Verhältnis zueinander schwerer oder leichter sind, sind sie so miteinander verkettet und verbunden, dass die Entfernung ihrer Kreislinie zur Mitte der Welt harmonisch und proportional ist. Wir sehen, wie die von Natur aus schwereren von den leichteren Elementen nach oben gezogen werden. Und die schwereren ziehen die leichteren so nach unten, dass keines von ihnen dabei seinen ureigenen Platz verlässt. Auf diese Weise bleiben sie stets miteinander vereint und aneinander gekoppelt, so dass sich zwischen ihnen niemals, nicht einmal für kürzeste Zeit, irgendwo ein Vakuum bilden kann. Denn nichts wäre der Natur mehr verhasst.

Die Elemente sind folgendermaßen zueinander angeordnet: Die Erde, die von Natur aus schwer ist, und das Feuer, das von Natur aus leicht ist, nehmen die äußeren Positionen ein. Die Erde ist an der tiefsten Stelle angeordnet, weil alles Schwere nach unten tendiert, das Feuer steht an der höchsten Stelle, weil alles Leichte dorthin strebt. Die Zwischenräume gleichen das Wesen der äußeren Elemente aus. Und der Schöpfer hat es weise gefügt, dass Wasser und Luft je nachdem wie man es betrachtet, schwer und leicht zugleich sind und damit in der Mitte angesiedelt sein müssen. Das Wasser stellt sich der Erde als schwereres Element zur Seite, die Luft dem Feuer als leichteres.

Und so sucht ein jedes, sich dem beizugesellen, das seiner Natur ähnlich ist. Diese Ordnung und Verbindung drückt Ovid auf anmutige Weise folgendermaßen aus:

ignea convexi vis et sine pondere caeli
emicuit summaque locum sibi fecit in arce;
proximus est aër illi levitate locoque,
densior his tellus elementaque grandia traxit
et pressa est gravitate sua; circumfluus umor
ultima possedit solidumque coercuit orbem.

»Die feurige Kraft des schwerelosen Himmelsgewölbes sprühte empor und schuf sich ganz oben in der höchsten Höhe einen Platz. Am nächsten steht ihr die Luft, was die Leichtigkeit und den Standort betrifft. Dichter als beide ist die Erde; sie zog die wuchtigen Elemente an sich und wurde durch die eigene Schwere nach unten gedrückt. Ringsum strömte das Feuchte, nahm den Rand in Besitz und umschloss das feste Erdenrund.« [Ov. met. 1.26–31]

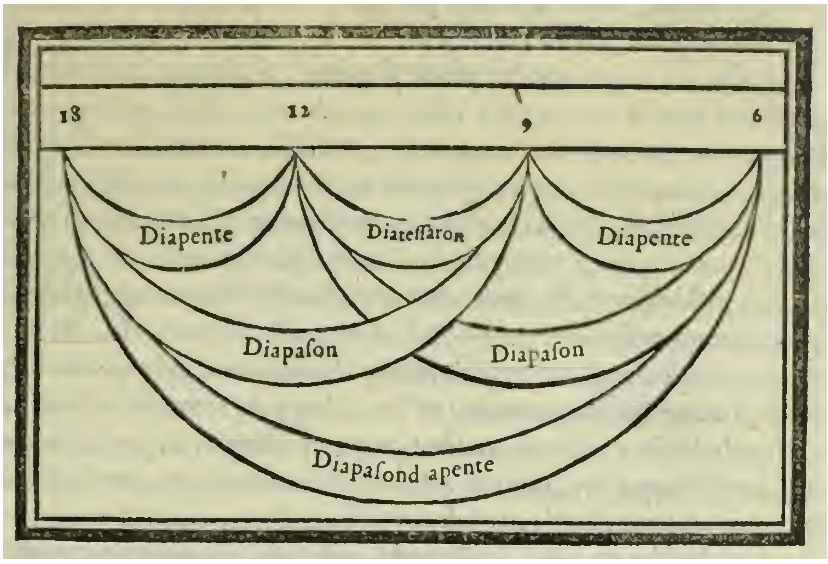
Wenn wir dieser Sache nun noch genauer auf den Grund gehen, werden wir gewahr, wie sich die *harmonia mundana* im Maß- und Quantitätsverhältnis der Elemente wiederfindet, und zwar mittels der Veränderung ihrer Teile, die sie in ihnen bewirkt. Das zeigt der Philosoph [Aristoteles]: Ein Teil der Erde wird zu Wasser, ein Teil des Wassers zu Luft und ein Teil der Luft zu Feuer. Und ebenso wird ein Teil des Feuers zu Luft, ein Teil der Luft zu Wasser und ein Teil des Wassers zu Erde. Die Verwandlung von Erde zu Wasser erfolgt in der *proportio decupla* [10 : 1]. Aus einer Handvoll Erde werden – nach Ansicht der Philosophen – zehn Handvoll Wasser. Die zehn Handvoll Wasser werden 100 Handvoll Luft, diese dann zu 1.000 Handvoll Feuer. Und umgekehrt: 1.000 Handvoll Feuer verwandeln sich in 100 Handvoll Luft, diese in zehn Handvoll Wasser und alles dann zu einer Handvoll Erde. Das hängt mit der mehr oder minder großen Lockerheit und Dichte der Elemente zusammen: Je mehr sie sich dem Himmel nähern, umso weiter sind sie von der Mitte der Welt entfernt und werden dabei immer lockerer. Und je mehr sie sich dem Mittelpunkt der Welt nähern und sich vom Himmel entfernen, umso dichter werden sie. Will man hieraus ihre Maßverhältnisse beurteilen, so könnte man sagen, dass die Quantität des Feuers zu derjenigen der Luft in der *proportio decupla* steht, ebenso die der Luft zu derjenigen des Wassers und die des Wassers zu derjenigen der Erde. Man könnte auch sagen – da die Elemente gleichartige Teile eines Ganzen sind und das Ganze mit den Teilen wesens- und zahlenmäßig übereinstimmt –, dass das Verhältnis zwischen der Quantität der Sphäre des Feuers und dem der gesamten Erdmasse dem Zahlenverhältnis 1.000 : 1 entspricht. Auf diese Weise kommen wir über die Himmelsbewegungen, die <16> Abstände der Planeten, die Himmelssphären, die Aspekte, die Beschaffenheit und Lage der sieben Planeten sowie über die Zahlen-, Gewichts- und Maßverhältnisse der vier Elemente zur Erkenntnis der *harmonia mundana*.

Die regelhafte Beziehung und die Harmonie zwischen ihnen allen bringt nun die Harmonie der Zeitläufe hervor. Sie lässt sich zunächst an den Jahreszeiten erkennen – dem Übergang vom Frühling zum Sommer, vom Sommer zum Herbst, vom Herbst zum Winter und vom Winter wieder zum Frühling –, dann am regelmäßigen Zu- und Abnehmen des Mondes im Lauf der Monate und schließlich am Wechsel zwischen Licht und Dunkelheit im Lauf des Tages. Aus dieser Harmonie erwächst der Reichtum an unterschiedlichen Pflanzen und Früchten. Das bekräftigt Platon mit den Worten: Wenn sich Hitze und Kälte, Dürre und Feuchtigkeit im rechten Verhältnis vereinen, bringt die Harmonie dieser Qualitäten allen Lebewesen ein überaus nutzbringendes Jahr mit einer Vielfalt an duftenden Blumen und herrlichen Früchten. Keine Pflanzenart oder Tiergattung kommt zu Schaden. Unstimmigkeit und Unausgeglichenheit zwischen den Zeitläuften hingegen bringen uns das Gegenteil: Seuchen, Unfruchtbarkeit, Krankheiten und alles denkbar Schädliche für Menschen, Tiere und Pflanzen. Welche schöne und treffliche Ordnung befolgt hierbei die Natur, wenn der Frühling das, was der Winter zurückhält und verschließt, öffnet und austreiben lässt und der Herbst das, was der Sommer austrocknet, schließlich zur Reife bringt. Man sieht daran, wie eine Jahreszeit der anderen Hilfe spendet und alle vier harmonisch angeordnet ein Ganzes bilden. Diese Harmonie war Merkur und Terpander gut bekannt: Der eine erfand die Leier oder Kithara und bespannte sie – wie Boethius und Macrobius sagen [Macr. somn.; Boeth. mus. 1.20] – mit vier Saiten als Abbild der *musica mundana*, die sich in den vier Elementen wie auch in der Vielfalt der vier Jahreszeiten offenbart. Der andere brachte sieben Saiten an, im Hinblick auf die sieben Planeten. Das Gebilde aus vier Saiten wurde dann Quadrichord oder Tetrachord genannt, was so viel heißt wie »aus vier Saiten bestehend«, das siebensaitige Gebilde Heptachord, was »aus sieben Saiten bestehend« bedeutet. Ersteres wurde von den Musikkundigen so aufgegriffen und adaptiert, dass die 15 Tonstufen, die im *systema teleion* enthalten sind, gemäß der Saitenzahl des oben genannten Tetrachords erweitert wurden, wobei die Verereinheiten in unterschiedlichen Proportionen voneinander entfernt sind. Dies mag zur Erklärung der *musica mundana* genügen.

Kap. 7

Die *musica humana*

Die *musica humana* ist jedem zugänglich, der sich der Selbstbetrachtung widmet: Sie mischt dem Körper die unkörperlich lebendige Vernunft bei und ist damit nichts anderes als eine gewisse Anpassung oder ein Ausgleich, wie zwischen tiefen und hohen Tönen, und erzeugt so quasi einen Zusammenklang. Sie verbindet die Bestandteile der Seele miteinander, indem sie das mit dem Verstand erfassbare Rationale mit dem nicht erfassbaren Irrationalen verbunden hält, und vermischt im Körper die Elemente oder die Primärqualitäten in einem vernünftigen Verhältnis. Daher sei grundsätzlich nochmals auf das am Beginn Gesagte hingewiesen, dass sie jedem zugänglich ist, der sich der Selbstbetrachtung widmet. Man soll jedoch nicht glauben, dass die bei der Bildung unseres Körpers von der Natur eingehaltene Ordnung bereits *musica humana* sei oder so bezeichnet werden könnte. Diese – so sagen die Ärzte und so bestätigt es auch Augustinus – löst den im Mutterleib ruhenden menschlichen Samen innerhalb von sechs Tagen auf und verwandelt ihn in Milch, die nach neun Tagen in Blut übergeht und nach weiteren zwölf Tagen eine formlose Fleischmasse ergibt. Die nimmt zusehends Gestalt an und wird innerhalb von 18 Tagen zu einem menschlichen Gebilde. So ist dieser Entstehungsprozess nach 45 Tagen abgeschlossen, und der allmächtige Gott haucht nunmehr die verständige Seele ein. In der Tat vereint diese wundervolle Ordnung in sich Eintracht und Harmonie, wenn man den Abstand von einer Zahl zur anderen betrachtet. Man sieht deutlich: Von der ersten zur zweiten findet man die Form der Konsonanz der Quinte [6 : 9 = 2 : 3], von hier zur dritten Zahl die Quarte [9 : 12 = 3 : 4] und von der dritten zur letzten eine weitere Quinte [12 : 18 = 2 : 3]. Und von Neuem: Von der ersten zur dritten wie auch von der zweiten zur letzten erhalten wir eine Oktave [6 : 12 = 9 : 18 = 1 : 2] und von der ersten zur letzten eine Duodezime [6 : 18 = 1 : 3]. Man kann dies an der Abbildung leicht sehen.



Doch das würde ich nicht als *musica humana* verstehen. Denn als solche bezeichnen wir etwas, das sich anhand von drei Dingen erkennen lässt: dem Körper, der Seele und deren wechselseitiger Verbindung. Beim Körper erkennen wir sie in allem, was wächst, in den Temperamenten und im menschlichen Handeln. In allem, was wächst, sehen wir, wie jedes Lebewesen seinen Zustand sozusagen in einer bestimmten harmonischen Weise verändert: Die Menschen werden vom Kind zum Greisen, aus Kleinen werden Große. Aus feuchtfrischen, grünen und zarten Pflanzen werden dürre, trockene und harte. Und obwohl wir diese Verwandlungen <17> jeden Tag sehen und vor Augen haben, kann man die Veränderung selbst nicht beobachten. So lässt sich ja auch in der Musik beim Gesang der Abstand zwischen einem hohen und einem tiefen Ton wohl verstandesmäßig erfassen, hören kann man ihn nicht. Bei den Temperamenten erkennen wir die *musica humana* im Ausgleich aller vier Elemente im menschlichen Körper. Und schließlich erkennen wir sie im menschlichen Handeln, im vernunftbegabten Geschöpf, also dem Menschen. Er wird so von der Vernunft geleitet und gelenkt, dass er durch den Einsatz der passenden Mittel für sein Handeln seine Angelegenheiten auf bestimmte harmonische Weise zu einem glücklichen Ende führt.

In der Seele lässt sich diese Harmonie ebenfalls finden, genauer gesagt in ihren einzelnen Bestandteilen, dem Intellekt, den Sinnen und der Disposition. Nach [Claudius] Ptolemäus entsprechen diese den Zahlenverhältnissen von drei Konsonanzen, der Oktave, Quinte und Quarte. Dem Intellekt entspricht die Oktave mit ihren sieben Intervallen und sieben *species*, denn darin finden sich sieben Dinge wieder: Verstand, Vorstellungskraft, Gedächtnis, Denkfähigkeit, Auffassung, Vernunft und Wissen. Mit der Quinte, die vier *species* und vier Intervalle hat, korrespondieren die vier Sinne: das Sehen, das Hören, das Riechen und das Schmecken. Der Tastsinn ist dabei allen vieren gemeinsam und verbindet sich vornehmlich mit dem Geschmack. Der Quarte aber, die aus drei Intervallen besteht und drei *species* hat, entsprechen die Gewohnheiten: Wachstum, Zenit und Niedergang.

Wir könnten die einzelnen Bestandteile der Seele auch als Sitz der Vernunft, des Zorns und der Begierde auffassen. Dann würden wir im erstgenannten Fall sieben Dinge finden, die den *species* und Intervallen der Oktave entsprechen: Geistesschärfe, Erfindungsgabe, Sorgfalt, Rat, Weisheit, Klugheit und Erfahrung.

Im zweiten Fall werden wir vier Dinge finden, die mit den *species* und Intervallen der Quinte korrespondieren: Milde oder Mäßigung, Beherztheit, Stärke und Duldsamkeit. Im dritten Fall drei Dinge, die den Intervallen und *species* der Quarte entsprechen: Schlichtheit oder Mäßigung, Enthaltsamkeit und Ehrfurcht. Darüber hinaus lässt sich unsere Harmonie auch in Seelenkräften wie Zorn und Vernunft oder den Tugenden wie Gerechtigkeit und Stärke wahrnehmen. Diese gleichen sich nämlich untereinander auf die gleiche Weise aus wie die hohen und tiefen Töne einer Konsonanz.

Schließlich erkennt man die *harmonia mundana* an der Verbindung von Seele und Körper, an der natürlichen Vertrautheit, mit welcher der Körper mit der Seele verbunden ist. Diese Verbindung ist nicht körperlich, sondern – wie die Platoniker meinen – spirituell, also körperlos, wie wir oben im vierten Kapitel gesehen haben. Aus diesem Band rührt alle menschliche Harmonie her. Es verbindet die unterschiedlichen Qualitäten der Elemente zu einem Gefüge, den menschlichen Körper, wenn man den Philosophen Glauben schenkt. Diese bekräftigen einmütig, dass der menschliche Körper aus Erde, Wasser, Luft und Feuer gebildet ist. Sie sagen, das Fleisch entstehe aus der Mischung aller vier Elemente im richtigen Verhältnis, die Nerven aus Erde und Feuer, die Knochen schließlich aus Wasser und Erde. Das mag uns befremdlich vorkommen, doch können wir vernünftigerweise nicht bestreiten, dass sie zumindest mittelbar durch die vier Temperamente, die man in jedem Körper findet, aus den vier elementaren Qualitäten zusammengesetzt sind. Die vier Temperamente sind das melancholische, phlegmatische, sanguinische und cholerische. Sie sind zwar untereinander gegensätzlich, aber nichtsdestoweniger in der Mischung oder Zusammensetzung sozusagen <18> auf harmonische Weise verbunden. Wenn wir Kälte oder übermäßige Hitze aushalten müssen, wenn wir zu viel essen oder aus anderem Grund einem dieser Temperamente Gewalt antun, dann folgt daraus unmittelbar eine Unausgeglichenheit und Schwächung des Körpers. Dieser wird sich erst erholen, wenn die Dinge wieder in die ursprüngliche Verhältnismäßigkeit und Übereinstimmung gebracht worden sind, und die könnte es nicht geben, wenn es das Band nicht gäbe, von dem ich oben gesprochen habe. Das Band zwischen der geistigen und körperlichen Natur [des Menschen], dem verstandesmäßig Erfassbaren und nicht Erfassbaren. Diese harmonische Eintracht zwischen der geistigen und körperlichen Natur [des Menschen], dem Rationalen und Irrationalen bildet die *musica humana*. Während die Seele sozusagen auf der Basis von Zahlenverhältnissen danach strebt, mit dem Körper verbunden zu bleiben, wird der Körper durch den Namen beseelt. Wird er durch nichts anderes gehindert, so hat er die Kraft, das zu tun, was die Seele will. Löst sich diese Harmonie auf, wird der Körper zerstört, verliert mit dem Namen seine Beseelung und verfällt in einen Dämmerzustand, während die Seele in die Unsterblichkeit auffliegt. Es war gut gesagt, dass die Lebenserwartung durch Zahlen begründet sein soll. Die Alten hatten hierzu eine seltsame Ansicht. Sie meinten, wenn jemand ertrinke oder getötet werde, dann könne die Seele so lange nicht zu der für sie vorgesehenen Stelle finden, bis die musikalische Zahl erreicht sei, mit der sie seit ihrer Geburt an den Körper gebunden gewesen sei. Und weil sie daran festhielten, dass man diese Zahl nicht überschreiten könne, nannten sie solche Ereignisse Schicksal oder Geschick. Dieser Ansicht folgt der Dichter [Vergil], wenn er auf Deiphobos zu sprechen kommt, der von den Griechen getötet wurde, mit folgenden Worten »explebo numerum reddarque tenebris« [»ich gehe schon, fülle die Zahl und begebe mich wieder ins Dunkel«: Verg. Aen. 6.545]

Doch diese Dinge gehören eigentlich mehr zu philosophischen Überlegungen als zur Musiklehre. Daher lasse ich es jetzt sein, weiter davon zu reden, und gebe mich mit dem wenigen, was ich gesagt habe und mit dem ich die Spannweite der *musica animastica* aufgezeigt habe, zufrieden. Und weil sowohl die Philosophie als auch die *musica animastica* nichts oder wenig zu unserem Vorhaben beitragen, werde ich hierauf nun nicht mehr zurückkommen.

Kap. 8

Die *musica plana* und die *musica mensurata*, oder anders gesagt: der *cantus firmus* und der *cantus figuratus*

Nunmehr bleibt noch die zweite Hauptart unserer Einteilung der Musik zu erklären: die *musica organica*, unterteilt in *musica harmonica* oder *naturalis* und *musica artificialis*. Wir haben sie jeweils gegliedert in *musica plana*, *musica figurata*, *musica rhythmica* und *musica metrica*. Ich komme zunächst auf die die letztgenannten Teile zu sprechen.

Unter *musica plana* versteht man Musikstücke, die aus dem einfachen und gleichförmigen Hervorbringen einer Melodie entstehen, ohne jegliche Abweichung im Zeitmaß. Sie wird durch einige einfache Zeichen angezeigt, welche die praktischen Musiker Noten nennen und welche ihren Wert weder verlängern noch verkürzen können. Sie stehen im Grundzeitmaß, das nicht unterteilt werden kann. Die Musiker haben hierfür den volkstümlichen Begriff *cantus planus* oder auch *cantus firmus*. Die Mönche pflegen ihn gern bei ihren Chorgebeten.

Als *musica mensurata* hingegen bezeichnet man Musikstücke, die durch das Hervorbringen einer Melodie in verschiedenen Zeiteinheiten entsteht. Diese werden durch einige der oben erwähnten Noten dargestellt, die hinsichtlich Bezeichnung, Wesen, Gestalt, Tondauer und Wert durchaus verschieden sind. Sie können für sich genommen ihren Wert ebenfalls nicht verlängern oder verkürzen, werden aber jeweils mit dem Zeitmaß gesungen, das ihrer Gestalt und ihrer Beschreibung entspricht. Der gängige Begriff *cantus figuratus* leitet sich von den Zeichen oder Noten her, die man darin in verschiedener Gestalt und Quantität findet. Diese lassen durch ihren Zeitwert das Tempo des Musikstücks schneller oder langsamer werden, indem sie für schnellere oder langsamere Notenwerte stehen.

Sowohl im *cantus firmus* als auch im *cantus figuratus* wird das Zeichen (*figura*) oder die Note, wie wir lieber sagen wollen, auf Linien oder in Zwischenräume gesetzt und stellt den die Tonstufe und die Tondauer dar, die in einem Musikstück Verwendung finden sollen. Diese Dinge werden wir im dritten Teil behandeln, wenn wir uns mit dem Kontrapunkt, also der Komposition von Musikstücken befassen werden. Und weil die *musica plana* wie auch die *musica figurata* nicht nur von den natürlichen Instrumenten [der menschlichen Stimme], sondern als von künstlich hergestellten [Musik-]Instrumenten erzeugt werden kann, habe ich sie bei der Unterteilung der *musica organica* sowohl der *musica harmonica* oder *musica naturalis* als auch der *musica artificialis* zugeordnet.

Kap. 9

Die *musica rhythmica* und die *musica metrica*

<19> Unter *musica rhythmica* verstehen wir jene Harmonie, die man in Vers oder Prosa an der Quantität der Silben und am Klang der Worte hören kann, wenn sie in guter und geeigneter Weise zusammengefügt sind. Diese Kunst besteht darin zu beurteilen, ob in Prosa oder Vers eine geeignete harmonische Beziehung zwischen den Wörtern besteht, also die Silben des einen sich gut mit denen des anderen Wortes verbinden oder nicht. Ein Urteil hierüber kann man nur dann abgeben, wenn man den Zusammenhang gesprochen oder gesungen gehört hat. Denn es sind ja nicht die Buchstaben, sondern die in ihnen enthaltenen Elemente, die eine solche geeignete harmonische Beziehung ergeben. Sie sind – den Grammatikern und auch Boethius zufolge – nichts anders als die Lautwerte der Buchstaben, die mit verschiedenen Schriftzeichen dargestellt werden, welche man erdacht hat, um dieses Konzept bequem ausdrücken zu können, ohne die Worte aussprechen zu müssen. Ich habe daher bei der allgemeinen Unterteilung der *musica organica* die *musica rhythmica* der *musica harmonica* oder *musica naturalis* zugeordnet. So können wir nun den Unterschied zu einer weiteren Art der Musik kennenlernen, die man *musica metrica* nennt. Auch hier ist die Fähigkeit wesentlich, die Quantität der Silben zu beurteilen, das heißt, ob sie lang oder kurz sind. Hieran erkennt man die Versfüße, ihre Beschaffenheit und ihre vorgegebene Position. Aus der Vielfalt der Versfüße, ob sie nun aus zwei, drei, vier, oder noch mehr Silben bestehen, resultiert die *musica metrica*. Wir können sie ebenso gut so definieren: Sie ist nichts anders als die Harmonie, die sich aus der Silbenquantität des Verses ergibt. Ihre Zusammensetzung erfolgt aus unterschiedlichen Versfüßen wie Pyrrhichius, Jambus, Spondäus, Trochäus, Tribrachys, Anapäst, Daktylus, Prokeleusmaticus und noch weiteren, die in der Dichtkunst vorkommen. Wenn diese an der im Vers vorgegebenen Position erscheinen und in harmonischer Weise gesetzt sind, gehen sie höchst angenehm ins Ohr. So lässt sich aus denselben Gründen, die wir bei der *musica rhythmica* genannt haben, auch die *musica metrica* der *musica harmonica* oder *musica naturalis* zuordnen. Die Länge oder Kürze der Silben erkennt oder bemisst man am Klang der Stimme. Er bestimmt durch seine Länge oder Kürze das Zeitmaß, das im Duktus der Bewegung erfasst wird. Daher entsteht die *musica metrica* nicht aus den [geschriebenen] Buchstaben, sondern aus dem Klang der [vortragenden] Stimme. Wird dieser Vortrag von Musikinstrumenten begleitet, ergibt sich das Metrum. So machten es die lyrischen Dichter des Altertums, die ihre Verse gern zum Klang der Lyra oder Kithara vortrugen; entsprechend wurden ihre Verse daher »lyrisch« [mit der Leier begleitet] genannt. Dieses von Anfang an verfolgbare Bestreben, ihre Verse harmonisch vom Klang der Lyra oder Kithara begleiten zu lassen, brachte diesen Dichtern allgemein den Ruf ein, die Gesetzmäßigkeiten oder Regeln erfunden zu haben, die sie »metrisch« nannten.

Abschließend sage ich: Die *musica rhythmica* und die *musica metrica* sind beide der *musica naturalis* zugeordnet. Wenn wir aber – wie Augustinus sagt – einen Ton auf einem beliebigen Instrument ebenso schnell oder langsam hervorbringen wie beim

Sprechen, dann erkennen wir an der Bewegung das gleiche lange oder kurze Zeitmaß, also die gleichen Zahlenverhältnisse wie im gesprochenen Wort [Aug. mus. 1.25–29]. Daher wäre es nicht unpassend, wenn wir sagen: Diese beiden Arten der Musik lassen sich ebenso gut der *musica artificialis* zurechnen. Wir hören dies ja alle Tage auf verschiedenen Instrumenten, zu deren Klang sich Verse aller Art anpassen lassen, je nachdem, welcher Rhythmus zugrunde gelegt wird. Daher ist der Unterschied so gut definiert: Was von der Stimme ausgeht, ist *musica rhythmica* oder *metrica* und *naturalis*, was vom Klang der Instrumente ausgeht, ist *musica rithmica*, *metrica* und *artificialis*. Doch wir wollen diese beiden Arten der Musik bei Seite lassen – denn darüber müssen eigentlich eher die Dichter und Redner Bescheid wissen als die Musikkundigen –, nur von der *musica plana* und *musica mensurata* sprechen und dabei nichts auslassen, was der Anmerkung wert ist. Das ist mein unbedingter Vorsatz.

Kap. 10

Was Musik im engeren Sinne ist und warum sie so heißt

Wir haben nunmehr die Musik – nachdem wir sie zunächst im universellen Sinn behandelt haben – gegliedert und gesehen, was es mit einem jeden ihrer Teile auf sich hat. Nun bleibt – da wir ausschließlich von der *musica instrumentalis* sprechen wollen – erneut zu klären, was wir darunter verstehen sollen. Ich sage: Die *musica instrumentalis* ist eine Harmonie, die sich auf Gesangs- oder Instrumentaltöne zurückführen lässt. Die Kenntnis über das, woraus sie besteht, können wir leicht aus ihrer Definition gewinnen. Als spekulative <20> mathematische Disziplin beherrscht sie alle Kompositionen, wägt mit Gespür und Verstand Töne von Stimmen und Instrumenten, Zahlen, Proportionen und ihre Unterschiede gegeneinander ab und weist durch bestimmte Zahlenproportionen tiefen und hohen Tönen die richtige Lage zu.

Wenn ich von der Musik als einer spekulativen Disziplin sprach, möge das niemanden verwundern, denn ich denke, dass es wohl möglich ist, dass jemand sie mit dem Verstand begreift, ohne sie selbst – sei es als Sänger oder Instrumentalist – auszuüben.

Doch warum sie so heißt und woher sich ihr Name ableiten lässt, das ist nicht leicht zu ergründen. Einige waren der Ansicht, das Wort stamme vom griechischen Μαίεσθαι, andere – so Platon im *Kratylos* – von μωθαι, das heißt suchen oder aufspüren, wie oben schon gezeigt wurde [Plat. Krat. 406]. Wieder einige meinten, es stamme vom ägyptischen oder chaldäischen [μωύ] und vom griechischen ηπος ab. Das eine bedeute Wasser, das andere Klang, etwa: »durch den Klang des Wassers entdeckt«. Diese Meinung vertrat auch Giovanni Boccaccio in seiner *Genealogia Deorum Gentilium*. Und ich muss sagen, das gefällt mir sehr gut, denn es stimmt mit der Ansicht des Varro überein, nach der Musik auf drei Arten entstehen kann: durch den Klang des Wassers, durch den Widerhall in der Luft oder durch die Stimme. Augustinus war allerdings anderer Meinung. Einige andere glaubten, dass die Musik so genannt wurde, weil sie zwar nicht »durch den Klang des Wassers« erfunden wurde, wohl aber am Wasser, denn der Hirtengott Pan – so erzählt Plinius – verfertigte am Fluss Ladon in Arkadien als erster die Hirtenflöte aus dem Rohr, in das er seine Geliebte, die Nymphe

Syrinx, verwandelt hatte [Plin. nat. 7.57[56|]. Das bestätigt der Dichter [Vergil], indem er sagt:

Pan primum calamos cera coniungere pluris
instituit

»Hat doch Pan als erster gelehrt, mehrere Schilfrohre mit Wachs zu verbinden. « [Verg. bucol. 2.32f.]

All diese Vermutungen mögen nicht abwegig sein. Aber was Platon hierzu sagt, dünkt mich vernünftiger und gefällt mir besser: Sie habe ihren Namen von den Musen, denen – nach Augustinus – eine gewisse Allmacht im Gesang gegeben ist [Aug. mus. 1.52–54]. Die Dichter halten sie für Töchter des Zeus und der Mnemosyne. Das finde ich gut ausgedrückt, denn wenn der Mensch die Tonhöhen und die Intervalle der im Tonsystem festgelegten Töne nicht im Gedächtnis behielte, würde das niemandem nutzen, denn man könnte sie ja auf keinerlei Weise aufschreiben. Da jede Wissenschaft und Disziplin – Quintilian zufolge – im Gedächtnis stattfindet, ist jede Unterweisung umsonst, wenn das, was wir in unserem Kopf behalten sollten, wieder verloren geht. So haben wir nun die Musik als spekulative Disziplin definiert. Wenn wir weiter vorgedrungen sind, werden wir – mit Rücksicht auf ihren Zweck – sehen, dass wir sie ebenso gut auch eine praktische Disziplin nennen können.

Kap. 11

Die Einteilung der Musik in *musica speculativa* und *musica practica* und wie man gelehrte Musiker und Sänger unterscheidet

Wie bei jeder anderen Wissenschaft, so kommt es auch in der Musik zur Teilung in zwei Bereiche, einen theoretischen oder spekulativen und einen praktischen. Derjenige, in dem es ausschließlich um die Erkenntnis des Wahrheitsgehaltes in den vom Intellekt erfassten Dingen – dem wesentlichen Aspekt jeder Wissenschaft – geht, wird *musica speculativa* genannt. Der andere dient allein der Ausübung und heißt *musica practica*. [Claudius] Ptolemäus sagt, dass ersterer auf die Erweiterung der Wissenschaft zurückgeht, denn dadurch stoßen wir auf immer neue Dinge und bereichern sie. Die Praxis aber ist ausschließlich eine ausgeübte Tätigkeit wie das Zeichnen, das Beschreiben oder das Mit-den-Händen-Formen all dessen, was anfällt. Sie ist ersterer [der Spekulation bzw. Theorie] in gleichem Maße unterworfen wie das Verlangen der Vernunft und damit ihr zu Diensten. Denn jede Kunst und jede Wissenschaft wird den Verstand, mit dem sie betrieben wird, höher bewerten als die praktische Umsetzung. So haben ja auch wir den Geist für das Wissen, und der Körper als sein Helfer setzt es um. Daher ist es offenkundig, dass der Geist den Körper hinsichtlich der Erhabenheit besiegt und übertrifft. Bei der Ausführung ist er umso mehr das vornehme Element, denn wenn die Hände nicht das ausführen würden, was der Verstand ihnen vorgibt, wäre ihre Mühe sinn- und fruchtlos. Und so ist auch in der Musik die Erkenntnis des Geistes zweifellos würdiger als die Ausübung. Doch mag auch die Theorie die Praxis entbehren können – wenn es dann um das Umsetzen der neuentdeckten Dinge in die Wirklichkeit geht, ist sie auf die Hilfe des ausübenden Künstlers oder eines Instrumentes angewiesen. Sicher ist reine Spekulation nie sinnlos, sie wäre aber wohl fruchtlos, wenn sie sich letztlich nicht ihrem Zweck, der Ausführung durch die menschliche Stimme oder durch Musikinstrumente, zuwenden würde. Mit deren Hilfe jedoch wird sie ihn erreichen. Ebenso könnte der Künstler ohne die Hilfe des Verstandes niemals sein Werk zur Vollkommenheit bringen. Daher bleiben – vom höchsten Anspruch her gesehen – die beiden Bereiche der Musik so eng miteinander verbunden, dass man ihre innige Verbindung nicht trennen kann. Wenn wir sie dennoch für sich betrachten, so lässt sich erkennen, <21> inwieweit sich der Theoretiker vom Praktiker unterscheidet: Er gewinnt die Bezeichnung von der Wissenschaft und heißt Musiker [*musicus*, gemeint ist der wissenschaftlich und theoretisch Gebildete], während sich der Praktiker nicht vom Wissen, sondern vom Tun herleitet: Wer komponiert, heißt Komponist, wer singt, Sänger, wer ein Instrument spielt, Spieler. Noch deutlicher erkennt das man an jenen, welche die Musik als »Hand«-Werk ausüben, und deren Bezeichnung sich von ihrem Werkzeug, also ihrem Instrument herleitet, nicht von der Wissenschaft: Organist von Orgel, Kitharist von Kithara, Lyraspieler von Lyra und so weiter, je nachdem, welches Instrument gespielt wird. Wenn man das genauer untersucht, wird man sehen, dass der Unterschied in ihren Bezeichnungen demjenigen zwischen ihrer unterschiedlichen Aufgabe und ihrem unterschiedlichen Zweck entspricht. Wollen wir also wissen, was man unter dem einen oder anderen versteht, sagen wir: Der gelehrte Musiker ist ein Fachkundiger in der Musik. Er hat die Fähigkeit, nicht nur anhand des Klangs, sondern auch aufgrund von Berechnungen das zu beurteilen, was diese Wissenschaft umfasst. Widmet sich so jemand darüber hinaus auch der Musikpraxis, wird er sein Wissen vervollkommnen und sich dann »vollkommener Musiker« nennen dürfen. Unter einem Praktiker aber – sei es nun ein Komponist, Sänger oder Instrumentalist – verstehen wir jemanden, der die Regeln der Musiker in langem Studium erlernt und sie mit der Stimme oder auf irgendeinem Instrument ausführt. So kann man jeden Komponisten als Praktiker bezeichnen, der nicht auf der Grundlage von Verstand und Wissenschaft, sondern aufgrund langjähriger Praxis Musikstücke zu komponieren weiß. Ebenso verhält es sich mit jedem beliebigen Instrumentalisten, der aufgrund jahrelanger Praxis und mit Hilfe der Kontrolle durch das Ohr zu spielen weiß. Freilich wären beide in ihrem Metier ohne ein gewisses Maß an Erkenntnis nicht weit gekommen. Die Geläufigkeit der Finger und der Zunge, jede Bewegung und was wir sonst bei Instrumentalisten oder Sängern als schön empfinden, gehört zur Musikpraxis, nicht zur Theorie, die aus der reinen Erkenntnis besteht. Wäre das anders, müsste man folgern, dass, wer mehr wissenschaftliche Erkenntnis hat, auch geeigneter sei, sie in die Praxis umzusetzen. Aber in Wirklichkeit ist es genau umgekehrt. Wir haben nunmehr den Unterschied zwischen beiden Arten von Musikbeflissenen kennengelernt; er ist zu vergleichen mit dem zwischen Künstler und Instrument. Denn dieses wird vom Künstler gelenkt und gesteuert und ist damit geringer zu achten; weil, wer lenkt, immer über dem steht, was gelenkt wird. Wir könnten also sagen: Der gelehrte Musiker ist insoweit über den reinen Komponisten, Sänger oder Instrumentalisten erhaben, wie die drei letzteren über ihr Instrument. Ich möchte damit nicht gesagt haben, ein Komponist oder Ausübender als Sänger oder Instrumentalist verdiene nicht das Prädikat des Musikers, sofern er das, was er tut, versteht, durchdringt und alles auf geeignete Weise wiedergibt.

Einem solchen Menschen gebührt zu Recht nicht allein die Bezeichnung Komponist, Sänger oder Instrumentalist, sondern auch die des Musikers. Wenn wir ihn bei einem einzigen Namen nennen sollen, müsste das der des vollkommenen Musikers sein. Denn er übt ja die Musik in beiden genannten Bereichen aus und beherrscht sie somit vollkommen. Ich möchte wünschen und hoffen, dass alle, die sich unserer Lehre befleißigen, es dahin bringen mögen.

Kap. 12

In welchem Ausmaß Zahlen unabdingbar sind, was man unter einer Zahl versteht und ob die Eins eine Zahl ist

Wir haben oben gesagt, dass die Musik als Wissenschaft sich mit Zahlen und Proportionen befasst. Ich meine, es dürfte nun an der Zeit sein, mit der Beschreibung dieser Dinge zu beginnen, zumal ja seit den ersten Tagen der Welt – das weiß man, und die Philosophen erhärten es – alles, was Gott geschaffen hat, von ihm selbst durch Zahlen geordnet wurde. Die Zahl war sogar die Vorlage im Geist des Schöpfers. Daher muss alles, sei es nun getrennt oder zusammengehörig, in Zahlen enthalten und Zahlen unterworfen sein. Sie sind so unabdingbar, dass ohne sie alles der Zerstörung preisgegeben würde. Und – so meint Platon – der Mensch würde damit auch all seine Kenntnis und sein Wissen verlieren würde, denn dann könne er sich auf nichts, das er im Kopf oder im Gedächtnis habe, mehr einen Reim machen. Die Künste würden verschwinden, und damit bestünde auch kein Anlass mehr, über Musik zu reden oder zu schreiben. Denn deren Grundlage würde sich in Nichts auflösen, weil sie ihre größte Beständigkeit aus den Zahlen zieht. Es ist die Zahl, die unseren Geist schärft, unser Gedächtnis munter hält, unser Denkvermögen auf die Spekulation richtet und alles in seinem eigentlichen Sein erhält. Was wollen wir mehr? Gelobt sei Gott, dass er sie dem Menschen gegeben hat, als unentbehrliches Werkzeug für all sein Denken und Sprechen. In der heiligen Schrift findet sich eine Unmenge wundervoller und göttlicher Geheimnisse, die sich mit Hilfe der Zahlen entschlüsseln lassen. Gäbe es hierfür nicht die Zahlen als Hilfsmittel, wären wir – so sagt Augustinus – unfähig, diese Dinge zu erkennen und zu erfassen. Und wie man im Evangelium an vielen Stellen sieht, beachtete unser Erlöser sie sehr wohl, und die zeremoniellen Handlungen des geschriebenen Gesetzes sind alle durch Zahlen verständlich gemacht. Augustinus sagt demzufolge mit Recht, dass an vielen Stellen der Heiligen Schrift <22> die Zahlen und die Musik mit Achtung erwähnt werden. Wir brauchen uns also nicht darüber zu wundern, wenn die Pythagoreer die Ansicht vertraten, den Zahlen liege ein unbeschreibliches, göttliches Prinzip zugrunde. So sind aufgrund dessen, was hierzu gesagt wurde, oder noch gesagt werden könnte, wollte man dem noch weiter nachgehen, die Zahlen im höchsten Sinn unabdingbar. Das haben viele definiert, aber mir scheint, dass Euklid von Megara es am besten beschrieben hat, der sagt: »Die Zahl ist eine aus Einheiten zusammengesetzte Vielheit.« [Eukl. elem. 7, Def. 2] Diese Einheit ist zwar noch keine Zahl, aber doch der Ursprung der Zahlen. Sie gibt einem jeden Ding, sei es einfach oder zusammengesetzt, körperlicher oder geistiger Natur, die Bezeichnung Eins. Und wie man etwas nicht »weiß« nennen kann ohne den Begriff »Weißheit«, so kann man auch nicht von »einer« Sache sprechen ohne den Begriff »Einheit«. Diese ist so in der Sache enthalten, dass sie sich nur so lange ihr Sein bewahren kann, wie sie die Einheit in sich erhält. Und umgekehrt: Bleibt sie eine Einheit, mangelt es ihr am Sein. Insofern unterscheidet sich die Einheit nicht vom Punkt, der kleinsten unteilbaren Einheit der Linie, der – wie manche sagen – durch seine Bewegung die Linie ergibt. Doch die Bezeichnung Quantum leitet sich nicht hieraus ab, sondern vom Ursprung der Quantität. Daher ist die Eins keine Zahl, sondern der Ursprung der Zahlen. Und wie das Ende nur im Hinblick auf den Anfang existieren und benannt werden kann, so kann es auch den Anfang nur geben, wenn er zum Ende in Beziehung steht. Daher muss festgehalten werden: Der Anfang heißt so aufgrund des Endes, und das Ende heißt so wegen des Anfangs. Und es gibt keinen Weg vom Anfang zum Ende ohne die Mitte. Daher muss jede Sache, um ganz und vollständig zu sein, in sich Anfang, Mitte und Ende haben. Und das alles wird durch die Zahl drei ausgedrückt, die Aristoteles deshalb vollkommen nennt. Weil aber nun die Eins keine Mitte und kein Ende hat, kann man sie nicht als Zahl bezeichnen, sondern nur als Ursprung der Zahlen, die in natürlicher Folge gereiht sind. Diese natürliche Folge der Zahlen ist: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Diese Reihe kann man unendlich fortsetzen, indem man ihr stets die Eins anfügt. Sie ist Ausgangspunkt für jede Quantität, für die fortlaufende *quantitas continua* ebenso wie für die diskontinuierliche *quantitas discreta*. Sie heißt Erzeugerin, das heißt Anfang, Ursprung und gemeinsames Maß für alle Zahlen. Denn jede Zahl enthält in sich mehrfach die Eins. Die 2 beispielsweise, die ihr unmittelbar folgt, kann nur aus der Zusammenfügung zweier Einsen gebildet werden. Daraus folgt die 2 als erste Zahl; sie ist gerade. Fügt man ihr eine weitere 1 an, ergibt sich daraus die 3 als erste ungerade Zahl. Fügt man wieder eine 1 hinzu, entsteht die 4, eine doppelt gerade Zahl [als Produkt zweier gerader Zahlen]. Aus dieser entsteht in Verbindung mit der 1 die 5; sie wird »nicht zusammengesetzt« [Primzahl] genannt. Und so weiter bis ins Unendliche mit den anderen verschiedenen Arten von Zahlen.

Kap. 13

Die verschiedenen Arten von Zahlen

Es würde ein umfangreiches Unterfangen werden und wohl auch außerhalb unseres Themas liegen, wollte man alle Zahlenarten im Einzelnen nennen und ein jede genau beschreiben. Da jedoch für den Musiker nur einige Arten berücksichtigt werden, werde ich mich auf jene beschränken, die für unser Vorhaben nützlich sind, die anderen aber als dieser Wissenschaft nicht dienlich übergehen. Wir wollen daher nur von den Zahlenarten sprechen, die man zum Verständnis dieses Traktates kennen muss und die mit der Musik zusammenhängen. Es sind zehn: die geraden Zahlen, die ungeraden Zahlen, die doppelt geraden Zahlen, die nicht zusammengesetzten oder Primzahlen, die zusammengesetzten Zahlen, die relativen Primzahlen, die relativen zusammengesetzten Zahlen, die Quadratzahlen, die Kubikzahlen und die vollkommenen Zahlen.

Hierbei versteht man unter den geraden Zahlen alle, die sich in zwei gleiche Teile teilen lassen, wie 2, 4, 6, 8, 10 usw. Ungerade sind alle, die sich nicht in zwei gleiche Teile teilen lassen, so dass zwangsläufig ein Teil den anderen um 1 übersteigt, es sind 3, 5, 7, 9, 11 usw. Die doppelt geraden Zahlen sind das Produkt zweier Zahlen, die sich in zwei gleiche Teile teilen lassen, bis man bei der 1 ankommt. Von ihr nehmen sie ihren Anfang und lassen sich, stets mit der 2 multipliziert, unendlich fortsetzen, wie 2, 4, 8, 16, 32, 64 usw. Die Prim- oder nicht zusammengesetzten Zahlen können nur als Produkt mit der 1 gebildet bzw. nur durch die 1 dividiert werden, nämlich 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 usw. Die zusammengesetzten Zahlen sind als Produkt von anderen Zahlen darstellbar und lassen sich durch sie dividieren, nämlich 4, 6, 8, 9, 10, 12 usw. bis ins Unendliche.

Relative Primzahlen sind jene, die keinen gemeinsamen Teiler haben außer der 1, dem gemeinsamen Nenner aller Zahlen. 9 und 10 beispielsweise sind zusammengesetzte Zahlen, im Verhältnis zueinander aber relative Primzahlen, da es keine Zahl gibt, durch die sie als Produkt dargestellt oder in die sie zerlegt werden können, außer der 1. Hiervon gibt es drei Arten: Entweder sind beide zusammengesetzte Zahlen wie die eben Gezeigten, oder beide sind Primzahlen wie 13 und 17, oder die eine ist eine zusammengesetzte und die andere eine Primzahl wie 12 und 19. Relative zusammengesetzte Zahlen heißen jene, die durch eine andere Zahl außer der 1 als Produkt dargestellt oder in sie zerlegt werden können, so dass sie sich zueinander nicht wie Primzahlen verhalten. Es gibt hiervon drei Arten: Entweder sind beide gerade Zahlen wie 4 und 6, oder beide sind ungerade wie 9 und 15, oder sie sind <23> gerade und ungerade wie 6 und 9. Quadratzahlen ergeben sich aus der Multiplikation einer Zahl mit sich selbst, wie 4, 9 und 16, die aus 2, 3, und 4 hervorgehen, den Quadratwurzeln dieser Zahlen. Kubikzahlen entstehen aus der Multiplikation einer Zahl mit sich selbst und der nochmaligen Multiplikation dieses Produktes mit derselben Zahl, wie 8, 27, 64 usw., die sich aus Multiplikationen von 2, 3 und 4 ergeben, den Kubikwurzeln dieser Zahlen. Hier werden also die Produkte noch einmal multipliziert: So ergibt 2 mit 2 multipliziert 4, und 4 noch einmal mit 2 multipliziert 8. Das ist die Kubikzahl und 2 ist ihre Kubikwurzel.

Vollkommene Zahlen sind jene, die der Summe ihrer Teiler entsprechen. Sie sind gerade, zusammengesetzte Zahlen und haben stets eine 6 oder 8 als letzte Ziffer wie 2, 28, 496 und andere. Zerlegt man sie in Einzelteile und addiert diese, dann ergeben sie exakt wieder die Anfangszahl. Die zum 6 zum Beispiel lässt sich ohne Rest durch 1, 2 und 3 teilen, in 1 × 6, 2 × 3 und 2 × 2. Die Zahlen von 1 bis 3 addiert ergeben als Ganzes die 6. Das sind die Zahlenarten, welche der Musiker benötigt. Ihre Kenntnis dient in der Musik der Erforschung des eigenen Gegenstandes, nämlich der harmonischen oder klingenden Zahlen, wie sie in der ersten vollkommenen Zahl, der 6, enthalten sind. Das werden wir noch sehen.

In dieser Zahl sind alle Erscheinungsformen der einfachen Konsonanzen enthalten, die es gibt und die geeignet sind, harmonische Zusammenklänge und Melodien zu erzeugen. So entsteht die Oktave (*diapason*) aus der *proportio dupla*, der wahren Form dieser Konsonanz, die in den Zahlen 2 : 1 enthalten ist. Diese Proportion greift der Musiker als Ganzes auf, das sich in viele Teile gliedern lässt. Die Quinte (*diapente*) ist im Zahlenverhältnis der *proportio sesquialtera* 3 : 2 enthalten und die Quarte (*diatessaron*) im Zahlenverhältnis 4 : 3, welche der *proportio sesquitertia* entspricht. Das sind die beiden größeren Intervalle, die sich aus der Teilung der *proportio dupla* oder Oktave ergeben.

Die große Terz (*ditonus*) ist im Verhältnis 5 : 4, der *proportio sesquiquarta* enthalten und die kleine Terz (*semiditonus*) in der *proportio sesquiquinta* im Verhältnis 6 : 5. Diese beiden ergeben sich aus der Teilung der *proportio sesquialtera* oder der Quinte. Und weil all diese Intervalle Teile der Oktave oder der *proportio dupla* sind und durch eine harmonische Teilung entstehen, nennen wir sie die einfachen und elementaren. Denn jede Konsonanz oder jedes noch so kleine Intervall, sofern es kleiner als die Oktave ist, entsteht nicht durch das Aneinanderfügen von vielen Teilintervallen, sondern aus dieser Teilung der Oktave. Die anderen, die größer sind als sie, setzen sich aus ihr und einem der genannten Intervalle zusammen, oder aus mehreren zusammengefügten Oktaven, oder sie sind zweiteilig, wie ihre Bezeichnungen uns verdeutlichen. So ergibt sich aus Oktave (*diapason*) und Quinte (*diapente*) die Duodezime (*diapason diapente*), die in der *proportio tripla* als 3 : 1 enthalten ist. Die Doppeloktave (*disdiapason*) besteht aus zwei Oktaven und ist in der *proportio quadrupla* als 4 : 1 enthalten. Die große und kleine Sexte (*hexachordum maior* und *hexachordum minor*) ergeben sich aus dem Zusammenfügen von Quarte und großer oder kleiner Terz. Doch hören wir jetzt auf, weiter über diese und andere Intervalle zu sprechen. Ein andermal werden wir sie ausführlicher behandeln.

Aus allem Gesagten können wir ermessen, warum der große Prophet Moses bei der Beschreibung der Welt als großes und wunderbares Werk der Schöpfung die Zahl 6 [den *numero senario*, die Sechsheit] verwendet hat: Nicht, weil Gott für sein Werk etwa überhaupt an die Zeitlichkeit gebunden gewesen wäre, sondern weil Moses als ein in allen Wissenschaften vollkommener Meister im Wirken des Heiligen Geistes die Harmonie erkannt hat, die in dieser Zahl eingeschlossen ist. Und um uns anhand der sichtbaren und erkennbaren Dinge den unsichtbaren Gott, seine Allmacht und seine Göttlichkeit erkennen zu lassen, wollte er durch diese Zahl in einem Atemzug die Vollkommenheit der Schöpfung anzeigen und die in ihr enthaltene Harmonie, die das Wesen der Schöpfung bewahrt und ohne die sie keinesfalls weiter existieren würde. Wollte man das Ganze nichtig machen oder alles zu seinem Ursprung zurückführen, stünde man – sozusagen – von neuem dem alten Chaos gegenüber. Und so wollte der heilige Prophet mit der Verwendung der Zahl 6 die Vortrefflichkeit und Vollkommenheit des göttlichen Werkes ausdrücken, das Gott ohne alle Zeitlichkeit geschaffen hat. Wie viele Dinge in Natur und Kunst in dieser Zahl erhalten sind, erfahren wir im nächsten Kapitel.

Kap. 14

Anhand der Zahl 6 lassen sich viele Dinge in Natur und Kunst begreifen

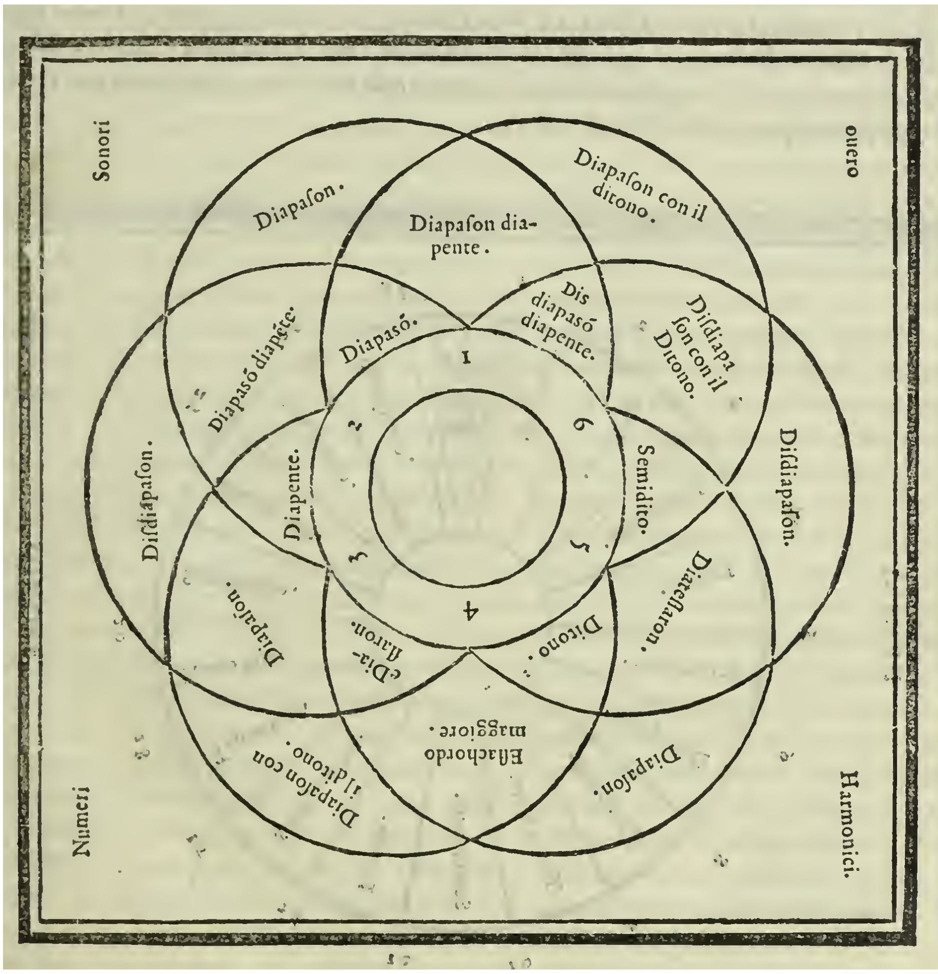
Wir beginnen unsere Übersicht in den höheren Regionen der Natur. Oben am Fixsternhimmel sehen wir von den zwölf Tierkreiszeichen jeweils sechs über unserer Hemisphäre, während die anderen sechs unter uns verborgen sind. Sechs Planeten schweifen durch die Weite des Fixsternhimmels und ziehen bald diesseits, bald jenseits der Ekliptik ihre Bahnen: Saturn, Jupiter, Mars, Venus, Merkur und der Mond. Sechs ist auch die Zahl der Himmelskreise: <24> nördlicher und südlicher Polarkreis, zwei Wendekreise, der des Krebses und der des Steinbocks, der Äquator und die Ekliptik. Sechs sind auch die substanziellen Eigenschaften der Elemente: Schärfe, Lockerheit und Bewegung und ihre Gegensätze Stumpfheit, Dichte und Stillstand. Es gibt sechs Kategorien der Natur, außerhalb derer nichts existieren kann: Größe, Farbe, Gestalt, Abstand, Zustand und Bewegung. Weiterhin sechs Arten der Bewegung: Genese, Verfall, Wachstum, Schwund, Veränderung und Wechsel der Lage. Und nach Platon gibt es sechs unterschiedliche Lagen oder Stellungen: oben, unten, davor, dahinter, rechts und links. Sechs Linien begrenzen die dreiseitige Pyramide, und sechs Flächen bilden den Würfel. Ein Kreis enthält sechs gleichseitige Dreiecke und zeigt uns so seine Vollkommenheit an. Sechsfach ist das Maß des Kreisumfangs gegenüber dem Radius, der von der Kreismitte zur Umfanglinie geht, und daher kommt es auch, dass viele das geometrische Instrument, das von anderen als Kompass bezeichnet wird, Sextant nennen. Sechs Stufen gibt es für den Menschen: Sein, Leben, Bewegung, Empfindung, Erinnerung und Geist. Er hat sechs Lebensalter: Kindheit, Knabenalter, Erwachsenwerden, Reife, Alter und Hinfälligkeit. Sechs sind die Weltalter, die, wie einige meinen, diese Sechsteilung reflektieren. Von dieser Zahl kam Firmianus Lactantius auf seinen Irrtum [Lact. inst. 7]. Er sagte, dass die Welt nicht mehr als 6.000 Jahre Bestand haben werde. Er berief sich dabei auf den Psalm [Ps 90, 4]: »Tausend Jahre sind vor Deinen Augen wie der Tag, der gestern vergangen ist« und setzte einen Schöpfungstag des Herrn für tausend Jahre. Ich möchte aber nun nicht alles, was man könnte, anführen, um das Thema nicht zu sehr in die Läge zu ziehen. Ich sage nur noch, dass es bei den Philosophen sechs Phänomene gibt, die sie transzendental nennen: Gott, Eins, die Wahrheit, das Gute, das Etwas und das Ding, und dass es bei den Logikern sechs Arten von Aussagen gibt: wahr, falsch, möglich, unmöglich, nötig und kontingent. Aufgrund der Vollkommenheit dieser Zahl meinte der große Orpheus – wie Platon berichtet –, dass die Lebensdauer von Hymnen nach sechs Generationen zu Ende sein müsse. Er dachte wohl, man könne etwas Geschaffenes nicht länger singen, weil diese Zahl jede Vollkommenheit begrenze. Daher wollten die Dichter auch den Vers des heroischen Gedichtes, als jenen, den sie vor allen anderen als perfekt ansahen, mit dem sechsten Versfuß schließen lassen. Folglich ist es nicht verwunderlich, wenn einige den Senario als Sinnbild der Welt bezeichnen.

Denn wie die Welt weder etwas Überflüssiges hat, noch es ihr an etwas Notwendigem fehlt, so ist diese Zahl derart ausgewogen, dass sie sich weder durch eine Zunahme ausdehnt, noch durch eine gegenläufige Abnahme wieder verkleinert. Sie hält ein gewisses Mittelmaß, ist von Natur weder zu groß noch zu klein. Daher nennt man sie nicht nur vollkommen, sondern auch das Bild der Tugend. Sie wird auch Entsprechungs- oder Verhältniszahl genannt, weil sie aus der Zusammensetzung ihrer Teile besteht. Ich habe oben erklärt, wie das vor sich geht. Die Teilzahlen erzeugen die Zahl, die der Ursprungszahl entspricht. Darüber hinaus wird sie Kreiszahl genannt, weil sie mit sich selbst multipliziert eine Zahl ergibt, die als letzte Ziffer eine 6 hat [6 × 6 = 36]. Und auch diese Zahl – das kann man unendlich fortsetzen – ergibt mit 6 multipliziert ein Produkt mit der Endzahl 6 [36 × 6 = 216]. All das wollte ich sagen, um zu zeigen, wie wunderbar die Natur so vieles in der Sechsheit eingeschlossen hat und wie sie mit dieser selben Zahl den größten Teil all dessen, was man in der Musik findet, umfasst: Hier gibt es – wie wir noch sehen werden – zunächst sechs Arten von Tonverbindungen, die alle musikalischen Zusammenklänge enthalten: im Einklang, gleichklingend, wohlklingend, zur musikalischen Verwendung geeignet, misstönend oder zur musikalischen Verwendung nicht geeignet. Weiterhin gibt es sechs Intervalle, welche die Praktiker den Konsonanzen zurechnen. Darunter fünf einfache oder elementare, nämlich – wie ich oben bereits gezeigt habe – Oktave, Quinte, Quarte, große Terz, kleine Terz und den Ausgangspunkt für sie alle, den Einklang. Letzterer wird allerdings unzutreffend Konsonanz genannt, wie wir andernorts noch sehen werden. Ferner gab es bei den Musikern der Antike sechs gebräuchliche Tonarten, nämlich dorisch, phrygisch, lydisch, mixolydisch oder lokrisch, aeolisch, iastisch oder ionisch. Bei den Modernen werden die sechs Hauptmodi authentisch und die sechs Nebenmodi plagal genannt. Es würde zu lange dauern, wollte ich alles im Einzelnen erzählen, was in der Sechsheit enthalten ist. Geben wir uns also einstweilen mit dem Gesagten zufrieden und kommen zu den besonderen Eigenschaften dieser Zahl. Denn die sind für unser Vorhaben wichtig.

Kap. 15

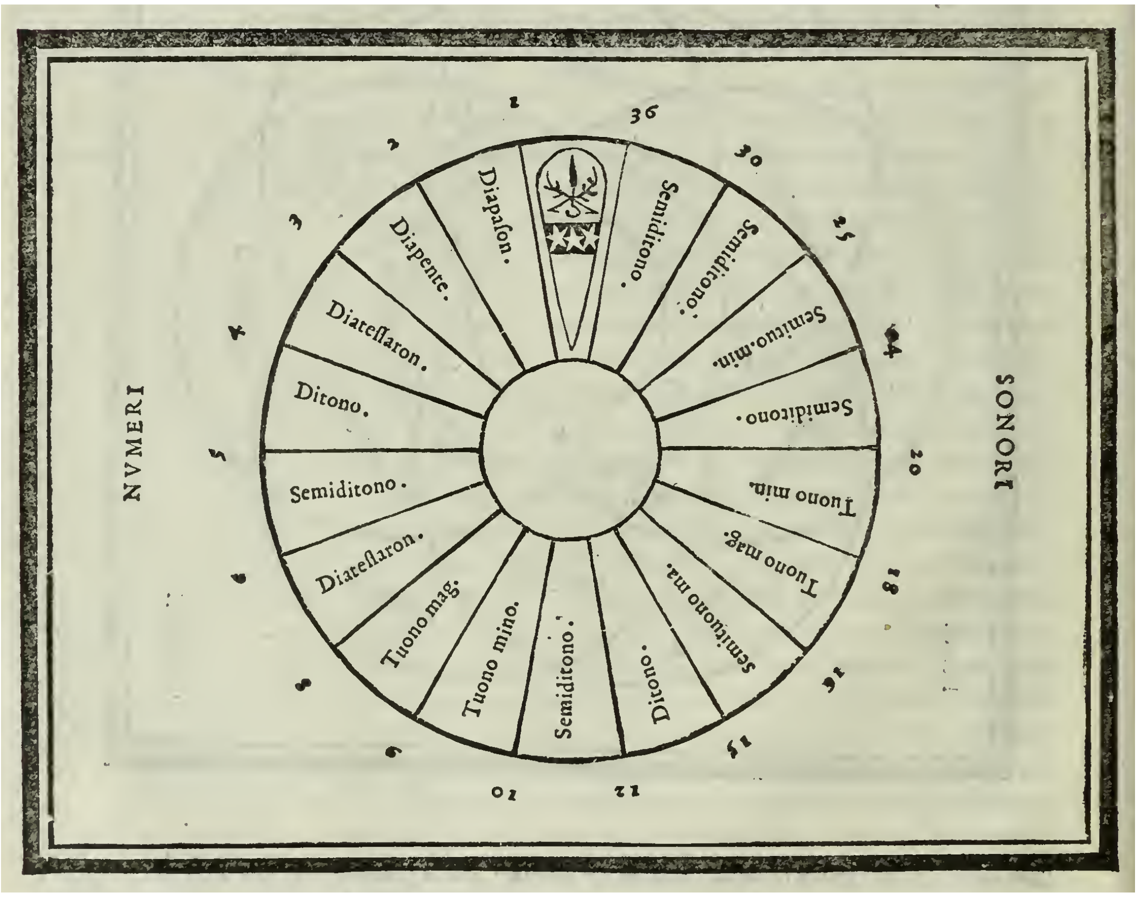
Die besonderen Eigenschaften des Senario und seiner Teile und wie sich in ihm alle musikalischen Konsonanzen finden lassen

<25> Der Senario hat viele besondere Eigenschaften. Ich werde jedoch, um nicht zu sehr abzuschweifen, nur von denen berichten, die in unseren Zusammenhang gehören. Zunächst: Die Sechs ist die erste vollkommene Zahl. Ihre Teile sind so zueinander proportioniert, dass, greift man zwei beliebige heraus, ihre gegenseitige Beziehung das Zahlenverhältnis oder die Form der Proportion von einer der musikalischen Konsonanzen ergeben, sei sie nun einfach oder zusammengesetzt. Dies kann man auf der folgenden Abbildung sehen.



Die Abbildung ist so zusammengestellt und angeordnet, dass sich die beiden größeren einfachen Konsonanzen, welche die Musiker perfekt nennen, weil sie von der Zahl drei bestimmt werden, durch eine dazwischen liegende Zahl nach dem harmonischen Prinzip teilen lassen. Zunächst ergibt sich ohne Teilung die Oktave aus der Proportion 2 : 1. Sie wiederholt sich zwischen 4 und 2 und wird dabei durch die 3 in zwei Konsonanzen geteilt: die Quarte in der Proportion 4 : 3 und die Quinte in der Proportion 3 : 2. Letztere findet sich auch in der Proportion 6 : 4 wieder und wird dabei durch die 5 in zwei konsonante Intervalle geteilt: die große Terz mit der Proportion 5 : 4 und die kleine Terz mit der Proportion 6 : 5. <26> Zudem erkennt man die große Sexte mit der Proportion 5 : 3.

Ich nenne sie eine Konsonanz, die sich aus Quarte und großer Terz zusammensetzt, weil ihre Proportion durch die Zahl 4 harmonisch geteilt werden kann. Man kann das aus dem eben genannten Beispiel ersehen. Diese Teilwerte sind so angeordnet, dass, wenn man auf einem beliebigen Instrument sechs Saiten nimmt, die im Verhältnis der gezeigten Proportionen gespannt sind, und sie gemeinsam anschlägt, aus dem Klang dieser Saiten keinerlei Missklang entstünde, sondern eine das Ohr in höchstem Maße entzückende Harmonie. Das Gegenteil träte freilich ein, wollte man diese Ordnung an irgendeiner Stelle ändern. Die Teilwerte haben darüber hinaus folgende Eigenschaft: Multipliziert man sie auf beliebige Weise und bringt das Ergebnis in eine numerische Ordnung, so wird man im Ergebnis zweifellos [wieder] ein harmonisches Verhältnis vorfinden, wenn man die größere mit der nächstkleineren Zahl vergleicht. Fügen wir dieser Ordnung die Quadratzahlen – also das Produkt einer jeden Zahl mit sich selbst – hinzu und bringen sie wie zuvor geschildert in eine numerische Ordnung, so werden wir nicht nur alle für Harmonie und Melodie geeigneten Konsonanzen erhalten, sondern auch die Zahlenverhältnisse der Dissonanzen finden, sozusagen die Formen der dissonierenden Intervalle, nämlich den großen und Ganzton und den großen und kleinen Halbton. Sie ergeben sich als Differenzen aus den oben genannten Konsonanzen, denn sie zeigen an, um wie viel die eine größer oder kleiner ist als die andere. Und diese Differenzen sind nicht nur nützlich, sondern für die Tonbewegungen auch notwendig, wie wir sehen werden. Aus der untenstehenden Abbildung kann man das Ganze geordnet erkennen:



Dies sind die besonderen Eigenschaften der Sechsheit und ihrer Teile, die man so in keiner anderen Zahl finden kann, sei sie größer oder kleiner.

Kap. 16

Was man unter einfachen und zusammengesetzten Konsonanzen versteht, warum im Senario alle einfachen Konsonanzen enthalten sind und wie die kleine Sexte herzuleiten ist

<27> Einige bezweifeln, dass die Sexte den Konsonanzen zuzurechnen ist, denn ihre Proportion liegt im *genus superpartiens*, das – angeblich – keine solchen bilden kann. Da sie heutzutage aber von den Musikern als musikalisch verwendbares Intervall anerkannt und in die Reihe der Konsonanzen aufgenommen wurde, habe auch ich sie ihnen zugerechnet. Ich habe allerdings gesagt, dass die Sexte eine zusammengesetzte Konsonanz ist. Daher wollen wir nun sehen, was man unter einem einfachen und einem zusammengesetzten Intervall zu verstehen hat. Ich sage dazu: Als zusammengesetzte Konsonanz oder zusammengesetztes Intervall bezeichne ich jene, deren vollständig gekürzte Proportionszahlen sich so zueinander verhalten, dass sie durch eine oder mehrere dazwischen liegenden Zahlen mittig oder proportional geteilt werden können, so dass wir aus einer Proportion zwei oder mehr erhalten. Im Gegensatz hierzu verstehe ich unter einer einfachen Konsonanz oder einem einfachen Intervall jene, bei denen die vollständig gekürzten Proportionszahlen so angeordnet sind, dass zwischen ihnen keine weitere Zahl eingefügt werden kann, welche die Proportion weiter teilen könnte,

weil sie nur um die Zahl eins voneinander abweichen. Daher habe ich die große Sexte eine zusammengesetzte Konsonanz genannt, denn ihre vollständig gekürzten Proportionszahlen sind 5 und 3, in deren Mitte die Zahl vier eingefügt werden kann. Das habe ich oben schon dargelegt.

Die Quinte hingegen nenne ich eine einfache Konsonanz, weil ihre vollständig gekürzten Proportionszahlen 3 und 2 zwischen sich keine Einfügung einer Zahl zulassen, welche sie weiter teilen würde, weil sie nur um die Zahl eins voneinander abweichen. Von im obigen Sinn zusammengesetzten Konsonanzen kann, wie ich bemerken möchte, in folgenden drei Fällen gesprochen werden: Erstens, wenn sie aus zwei Teilintervallen der Oktave gebildet werden, die zusammengesetzt nicht wieder die Oktave ergeben. Zweitens, wenn sie aus der Oktave und einem ihrer Teilintervalle gebildet werden und drittens und letztens, wenn sie aus mehreren Oktaven gebildet werden. Zur ersten Gruppe gehört die besagte [große] Sexte, die aus Quarte und großer Terz besteht. Wie man an ihren vollständig gekürzten Proportionszahlen 5 und 3 erkennt, kann in deren Mitte die Zahl vier eingefügt werden, wie man es hier sieht: 5 : 4 : 3. Diesen füge ich die kleine Sexte bei, die aus der Verbindung von Quarte und kleiner Terz entsteht. Ihre vollständig gekürzten Proportionszahlen stehen im *genus superpartiens* in der *proportio supertripartiens quintas*, und zwischen ihnen kann eine Zahl eingefügt werden. Das ist bei den Proportionszahlen 8 und 5 der Fall, in deren Mitte durch harmonische Teilung eine Zahl eingefügt werden kann; sie teilt die Proportion in zwei kleinere: eine *sesquitertia* und eine *sesquiquinta*, wie man es hier sieht: 8 : 6 : 5. Daher können wir die kleine Sexte als zusammengesetzte Konsonanz bezeichnen. Heutzutage ist sie von den Musikern in die Reihe der Konsonanzen aufgenommen und den übrigen zugerechnet worden. Zwar treten die Bestandteile der Zahl 6 in ihrer Proportion nicht zutage, sind aber dennoch in Kraft, und zwar durch die in ihr enthaltenen Teile. Denn sie gewinnt ihre Gestalt aus Teilen, in denen die Zahl 6 enthalten ist, nämlich Quarte [4 : 3 = 8 : 6] und kleiner Terz [6 : 5]. Aus diesen zwei Konsonanzen wird sie ja gebildet. In ihrer eigenen Proportion tritt dann die erste Kubikzahl 8 zutage. Zur zweiten Gruppe rechnet man die Duodezime, die aus der Oktave mit hinzugefügter Quinte gebildet wird. Ihre auf den kleinsten Nenner gebrachte Proportion ist 3 : 1, und sie lässt sich auf natürliche Weise in eine *proportio dupla* und eine *proportio sesquialtera* unterteilen. Das sind, wie man sieht, die Proportionen, die diese Konsonanz bilden: 3 : 2 : 1. Für die dritte Gruppe können wir die Doppeloktave in Anspruch nehmen. Zwischen ihre vollständig gekürzten Proportionszahlen 4 und 1, kann eine Zahl eingefügt werden, die sie nach dem geometrisch Prinzip in zwei *proportiones duplae* teilt, wie man es hier sieht: 4 : 2 : 1. Wir können diese Konsonanz auch als Zusammensetzung von Oktave, Quinte und Quarte auffassen. Denn ihre Proportion [4 : 1] ermöglicht die Einfügung von zwei Zahlen, die sie in drei Teile mit den Proportionen der genannten Konsonanzen aufteilen, wie man es hier sieht: 4 : 3 : 2 : 1. Doch ist hier anzumerken, dass die besprochenen Konsonanzen zwar auf alle genannten Weisen als zusammengesetzte Konsonanzen verstanden werden können, ich aber lediglich diejenigen als im eigentlichen, wirklichen Sinn zusammengesetzt auffassen möchte, die aus der Oktave und einem ihrer Teilintervalle gebildet werden, wie es bei den beiden zuletzt beschriebenen Gruppen der Fall ist. Die zusammengesetzten Konsonanzen, die wie in der ersten Gruppe gebildet werden, möchte ich als uneigentlich und nur bedingt zusammengesetzt verstehen.

Denn weil sie kleiner als die Oktave sind, lassen sie sich quasi als einfach und elementar ansehen. Das trifft auf die anderen nicht zu aus Gründen, die ich später noch darlegen werde. Es ist unmöglich, außer den fünf Gezeigten – Oktave, Quinte, <28> Quarte, großer und kleiner Terz – neue einfache Konsonanzen zu finden, aus denen sich alle weiteren Konsonanzen bilden lassen. Ich sage es daher zusammenfassend so: Im Senario und seinen Teilen tritt jede einfache Konsonanz zutage, und er ist ebenso in den zusammengesetzten Konsonanzen in Kraft. Hieraus entspringt jede gute und perfekte Harmonie, wobei ich von Formen oder Proportionen spreche und nicht von Klängen. Damit wir leichter überblicken können, was ich gesagt habe, komme ich nunmehr dazu, zunächst von den Dingen zu sprechen, die für die Kenntnis der Proportionen erforderlich sind. Dann werden wir sehen, wie sie sich in die Praxis umsetzen lassen. Denn ohne diese Kenntnis wäre es unmöglich, überhaupt ein Wissen über die Musik zu erlangen.

Kap. 17

Die *quantitas continua* und die *quantitas discreta*

Beim Vervielfältigen oder besser gesagt Aneinanderreihen von musikalischen Konsonanzen halten diese quasi die Reihenfolge ein, die man in der natürlichen Folge der Zahlen bis 10 findet. Danach tritt keine neue Ziffer mehr hinzu, sondern die bisherigen werden wiederholt.

Denn so wie auf die 10 die 11 und die 12 folgen, geht es dann weiter der Reihe nach mit den anderen Zahlen. Nach dem gleichen Prinzip kommt in der Musik nach der Oktave die Quinte – diese beiden folgen in der natürlichen Reihung unmittelbar aufeinander –, und dann wiederholen sich alle weiteren Konsonanzen in der vorhin dargelegten Reihenfolge, quasi bis ins Unendliche: Auf die beiden erstgenannten [Oktave 1 : 2 und Quinte 2 : 3] folgt zunächst die Quarte [3 : 4], dann die große [4 : 5] und kleine Terz [5 : 6], auf die erneut die Quarte folgt [6 : 8]. In dieser Folge lassen sie sich immer weiter wiederholen und vervielfältigen. Und auf diese Weise könnte man ganz offensichtlich bis ins Unendliche fortfahren, wenn es sich als notwendig erweisen sollte. Doch spielt die Unendlichkeit in der Musik keine Rolle, denn sie lässt sich nicht begreifen, ja sie kann sich nicht begreifen lassen. Der Verstand kann sie nicht erfassen. Und so bedient er sich, wenn es erforderlich ist, dass er die Ursache von etwas erkennt, ausschließlich einer begrenzten Quantität. Diese verhilft ihm zum Verständnis und zur Wahrheitsfindung bei dem, was er erforscht. Da nun aber alles notwendigerweise unter das Gesetz der Zahl fällt, lässt es sich – egal ob es sich um eine einzelne Sache oder mehrere Dinge handelt – unter dem Begriff der Quantität vereinen. Diesen Begriff der Quantität erachteten die Philosophen wegen seiner Vortrefflichkeit als dem Urstoff gleichgestellt und als gleichermaßen ewig. Sie teilten ihn aber gleich in zwei Unterbegriffe auf: die *quantitas continua* und die *quantitas discreta*. Als *quantitas continua* bezeichneten sie jene, deren Bestandteile fließend ineinander übergehen, wie Linien, Flächen, Körper und darüber hinaus Zeit, Raum und alle Dinge, die unter den Begriff der Größe fallen.

Quantitas discreta nannten sie jene, deren Bestandteile nicht fließend ineinander übergehen, sondern sich gegeneinander abgrenzen lassen, wie Zahlen, die Sprache, eine Herde von Tieren, ein Volk, ein Berg von Weizen oder weitere Dinge, die unter den Begriff der Menge fallen. Allerdings berühren sich viele dieser getrennten Teile, wie man an den Zahlen sieht. Sie beginnen mit der 1, die keine kleinere Zahl unter sich hat. Wenn man sie bis ins Unendliche vervielfältigt, generiert sie ungehindert alle weiteren Zahlen. Auf diese Weise entspricht die Natur der *quantitas discreta* weitgehend dem *genus multiplex* bei den Proportionen. Denn am Beispiel der Zahlen betrachtet, ist die Quantität einer beliebigen Zahl begrenzt, wird aber durch die Vermehrung unendlich, indem man sie bis ins Unendliche vervielfältigen kann. So verhält es sich auch im *genus multiplex*: Es ist in seinen *species* begrenzt, lässt sich aber bis ins Unendliche ausdehnen.

Bei der *quantitas continua* hingegen steht am Beginn eine begrenzte Quantität, die dann unendlich geteilt wird und mit dem zahlenmäßigen Anwachsen der Teile die Quantität des Maßes verliert, indem sie mehr und kleiner werden. Wenn also eine Strecke 16 Fuß misst und man sie in acht, dann in vier Teile teilt und den Rest immer weiter in zwei Teile, dann würde man herausfinden, dass sie sich unendlich teilen lässt, während die Zahl der Teile gleichzeitig ins Unendliche wachsen würde. Dies entspricht der Natur des *genus superparticulare* bei den Proportionen: Denn je weiter man seine natürliche Folge mit immer größeren Zahlen fortsetzt, umso kleiner wird das Ergebnis, weil das Proportionsverhältnis zwischen den Teilzahlen der *species* immer kleiner wird. Und da diese unendlich sind, ist jede *species* für sich genommen begrenzt.

Kap. 18

Der Gegenstand der Musik

In der *quantitas discreta* oder Quantität der Menge stehen manche Dinge für sich selbst, wie die Zahlen 1, 2, 3, 4 etc. die übrigen. Andere sind relativ, wie das Doppelte, das Dreifache, das Vierfache etc. Jede Zahl, die für sich steht und für ihr Sein keine weitere Zahl braucht, heißt »einfache Zahl«. Hiermit beschäftigt sich die Arithmetik. Eine Zahl jedoch, die nicht für sich existieren kann, weil sie für ihr Sein <29> eine weitere Zahl braucht, heißt »relative Zahl«. Und dieser bedient sich der Musiker bei seinen Überlegungen. Ebenso gibt es auch in der *quantitas continua* oder Quantität der Größe Dinge in einem fortdauernden Ruhezustand, wie den Erdkreis, die Linie, die Fläche, das Dreieck, das Quadrat und alle mathematischen Gebilde, während andere in unaufhörlicher Bewegung sind, wie die Himmelskörper. Mit ersteren befasst sich die Geometrie, mit letzteren, den Bewegten, die Astronomie. So ergeben sich aus der Verschiedenheit der Betrachtungen und der betrachteten Dinge die verschiedenen Wissenschaften mit ihren unterschiedlichen Gegenständen. Der Arithmetiker zum Beispiel befasst sich hauptsächlich mit Zahlen, also ist die Zahl der Gegenstand seiner Wissenschaft. Und wenn Musiker die Zahlenverhältnisse der musikalischen Intervalle wissen möchten, dann verwenden sie die *corpora sonora* und relative Zahlen. Durch sie erfahren sie die Abstände zwischen den einzelnen Klängen und Tönen. Wollen sie ermitteln, wie weit ein Ton in der Höhe oder Tiefe von einem anderen Ton entfernt liegt, dann verbinden sie die zwei Faktoren Zahl und Ton. Aus beiden bilden sie ein Kompositum und erklären den *numerus sonorus* zum Gegenstand der Musik. Und auch wenn Avicenna [Ibn Sina] sagt, der Gegenstand der Musik seien Ton und Tempo, finden wir, alles in allem betrachtet, das all dies eins ist, denn das Tempo bezieht sich auf die Zahl und der Ton auf den Klang.

Kap. 19

Was man unter *numerus sonorus* versteht

Wir müssen wissen, dass einige bei der Beschreibung dieses Phänomens so argumentiert haben: Der *numerus sonorus* ist nichts anderes als die Zahl der Teile eines *corpus sonorus*, wie zum Beispiel einer Saite. Diese nimmt die Zahlenverhältnisse der *quantitas discreta* und gibt uns Aufschluss über die Quantität des von ihr erzeugten Tons. Diese Beschreibung mag manche überzeugen, nach meinem Dafürhalten ist sie aber unzureichend und unvollständig. Denn die Gesangstöne, die für die Musiker hauptsächlich von Belang, vom *numerus sonorus* nicht weit entfernt und ebenfalls von Zahlenverhältnissen bestimmt sind, würden nicht unter diese Beschreibung fallen, weil sie von beseelten menschlichen Körpern, also dem Menschen, erzeugt werden. Es ist vernünftig, innerhalb einer Disziplin alle Dinge zu berücksichtigen, auch wenn sie nicht für sich betrachtet werden, sondern im Rahmen des Gegenstandes, zu dem sie in Beziehung stehen. Daher gebietet es die Vernunft, dass sich die Definition mit dem deckt, was definiert werden soll. Da genügt es nicht, zu definieren, dass der Mensch ein Körper sei, wenn gefordert wird, dass er darüber hinaus ein *corpus sonorus* sein soll. Denn hierfür muss er drei Voraussetzungen erfüllen: Er muss erstens rein, zweitens fest und drittens ausgedehnt sein.

Das sind Bedingungen, von denen ich nicht weiß, ob sie beim menschlichen Körper alle erfüllt sind. Doch nehmen wir an, der Mensch würde sie alle erfüllen. Dann kann man allein hieraus noch keine Kenntnis über die Quantität der vom Menschen hervorgebrachten Töne erhalten. Denn die Teile [des Körpers], wo sie erzeugt werden, sind nicht in einer Weise der Sinneswahrnehmung unterworfen, dass man sie genau messen könnte. Nun könnte jemand behaupten, die Gesangstöne ließen sich wie die von Saiten erzeugten Instrumentaltöne behandeln, man könne auf diese Weise die Zahlenverhältnisse ihrer Proportionen ermitteln und sie würden so unter besagte Begriffsbestimmung fallen. Wer das meint, trifft nicht den Sachverhalt. Denn die Instrumentaltöne verhalten sich wie die Gesangstöne, so dass man aus letzteren die wahren und festgelegten Zahlenverhältnisse gewinnt, nicht umgekehrt. Mir scheint es daher so besser gesagt: Der *numerus sonorus* ist eine Zahl, die zu Gesangs- und Instrumentaltönen in Beziehung steht. Sie findet sich kunstvollerweise in einem *corpus sonorus*, wie etwa in jeder Saite. Nimmt diese ein beliebiges Zahlenverhältnis auf, so können wir uns der Quantität des von ihr erzeugten Tons wie auch der Quantität der Gesangstöne vergewissern, indem wir die Gesangstöne zu den Instrumentaltönen in Beziehung setzen. Dies gilt für den Fall, dass man einen solchen *numerus sonorus* allgemein für jedes Intervall betrachtet. Wollte man aber insbesondere die konsonanten Intervalle betrachten, dann könnte man sagen, dass es die Zahlenverhältnisse der Proportionen sind, welche die Form der Konsonanzen bilden, die in der Musik zuvörderst einer Betrachtung unterzogen werden. Es sind die oben bereits Gezeigten, die sich aus den Teilen des Senario bestehen und die man auf kunstvolle Weise in den Teilen eines *corpus sonorus* findet, so wie es oben gezeigt wurde. Doch die Unterschiede zwischen tiefen und hohen Tönen, seien sie gesungen oder auf einem Instrument gespielt, lassen sich nicht ohne das Hilfsmittel der *corpora sonora* erkennen. Daher verwendeten die Musiker bei ihren Überlegungen eine Saite aus Metall oder einem anderen Material, das zum Hervorbringen von Tönen geeignet war. Diese glich – da sie weniger wandelbar als andere *corpora sonora* und in allen Teilen weniger veränderlich war – in all ihren Teilen der Referenzsaite, durch welche die Musiker Gewissheit über alles gewinnen konnten, was sie wissen wollten. Sie waren der Meinung, dass die Quantität des Tones, den eine Saite hervorbringt, so groß sein müsse wie die Zahl der für ihn in Betracht kommenden Teile. War die Länge der Saite bekannt und die Quantität gemäß der Zahl der gemessenen Teile, ließ sich sofort der Abstand zwischen tiefen und hohen Tönen oder umgekehrt beurteilen und damit die Proportion eines jeden Intervalls ermitteln. <30> Dieses planvolle Vorgehen können wir aus eigener Erfahrung nachvollziehen: Wir nehmen eine Saite beliebiger Länge und spannen sie über eine glatte Oberfläche. Wir gliedern sie dann gewissenhaft in zwei gleiche Teile. Vergleichen wir nun das Ganze mit einem Teil, erkennen wir deutlich, dass die hierbei hervorgebrachten Töne – zusammen angeschlagen – genau im Abstand einer Oktave und in der *proportio dupla* stehen. Wir werden das im Zweiten Teil noch sehen. Wird die Saite auf dieselbe Weise in mehrere Teile aufgeteilt und das Ganze mit der zweifach, dreifach, vierfach oder mehrfach geteilten Saite verglichen, können wir verschiedene Tonabstände unterscheiden und Töne hören, die sich aus den unterschiedlichen Verhältnissen der Teile zum Ganzen ergeben. Wir können zugleich das Ganze als Ursache für den tiefsten Ton erkennen und die Teile, je nachdem, in welchem Maße sie kleiner sind, als Ursache für die hohen. Mit diesem Mittel und auf diesem sichersten aller Wege folgen die Musiker der Empfehlung des [Claudius] Ptolemäus, indem sie den Sinneseindruck und die Berechnung verbinden. Sie spüren die Zahlenverhältnisse der Konsonanzen und aller anderen Intervalle auf, entdecken die Unterschiede zwischen tiefen und hohen Tönen und berücksichtigen dabei Gesangs- wie Instrumentaltöne, welche die Materie aller musikalischen Intervalle darstellen. Sie berücksichtigen Zahlen und Proportionen, die – wie ich schon einmal sagte – den Intervallen ihre Form geben, und bilden aus der Verbindung von Zahl und Ton den Begriff des *numerus sonorus*, den sie den wahren Gegenstand der Musik nennen, nicht etwa das *corpus sonorus*. Denn es mögen zwar alle *corpora sonora* für die Tonerzeugung geeignet sein, für die Bildung von Konsonanzen sind sie es nicht. Es sei denn, sie stehen in einem proportionierten Verhältnis zueinander und haben eine bestimmte Form, die dem Zahlenverhältnis einer harmonischen Zahl entspricht.

Kap. 20

Warum man sagen kann, die Musik sei der Arithmetik untergeordnet und in der Mitte zwischen Mathematik und Naturkunde angesiedelt

Die Musik übernimmt – wie wir sehen konnten – von der Arithmetik die Zahlen und von der Geometrie die messbaren Quantitäten, die *corpora sonora*. Auf diese Weise unterwirft sie sich diesen beiden Wissenschaften und wird daher als ihnen untergeordnete Wissenschaft bezeichnet. Hierzu muss man wissen, dass es zwei Arten von Wissenschaft gibt, die sogenannten übergeordneten oder Hauptwissenschaften und die untergeordneten oder Zweigwissenschaften.

Erstere sind von Grundlagen abhängig, deren Erkenntnis auf der Anschauung und der Sinneswahrnehmung basieren, wie die Arithmetik oder Geometrie. Ihre Grundlagen basieren auf der Erkenntnis von Begriffen, die mit den Sinnen erworben wurden. So ist die Aussage »eine Linie ist eine breitenlose Länge« ein Grundsatz der Geometrie. Und »die Zahl ist eine aus vielen Einheiten zusammengesetzte Vielheit« ist ein Grundsatz der Arithmetik. Darüber hinaus gibt es weitere allgemeine Grundsätze wie »das Ganze ist größer als der Teil« [Eukl. elem. 1, Axiom 8] und »der Teil ist kleiner als das Ganze« und viele andere, aus denen Arithmetiker und Geometriker ihre Schlüsse ziehen.

Die anderen, die Zweigwissenschaften, haben über die eigenen, durch Sinneswahrnehmung erworbenen Grundsätze hinaus noch weitere, die sich aus den grundlegenden Erkenntnissen der höheren oder Hauptwissenschaften ableiten lassen. Daher sagt man: Sie sind ersteren untergeordnet, wie etwa die perspektivische Darstellung der Geometrie. Sie hat über ihre eigenen Grundlagen hinaus noch einige andere, die in der über ihr stehenden Wissenschaft der Geometrie bekannt und gutgeheißen sind. Die Wesensart der untergeordneten oder Zweigwissenschaften ist, dass sie mit der Hauptwissenschaft einen Gegenstand teilen, sich von ihm aber durch das Hinzufügen eines Akzidens unterscheiden. Denn sonst gäbe es zwischen den beiden ja keinen Unterschied in den Gegenständen. Das sieht man deutlich bei der perspektivischen Darstellung: Sie nimmt sich die Linie zum Gegenstand, die auch in der Geometrie Verwendung findet, fügt aber im Gegensatz zu ihr den Fluchtpunkt als Akzidens hinzu und macht so die Fluchtlinie zu ihrem eigentlichen Gegenstand. So verhält es sich auch bei der Musik. Diese hat mit der Arithmetik die Zahl als gemeinsamen Gegenstand, erweitert sie aber im Gegensatz dazu um den Aspekt der Klanglichkeit. Sie macht sich damit zu einer Zweigwissenschaft der Arithmetik und hat den *numerus sonorus* zum Gegenstand. Die Musik hat somit nicht nur ihre eigenen Gegenstände, sondern zieht auch andere aus der Arithmetik als Mittel für ihre Beweisführungen heran. Durch diese kommen wir erst zur wahren Erkenntnis der Disziplin. Es ist richtig, dass diese Grundlagen und Mittel nicht die gesamten Schlussfolgerungen der Arithmetik sind, sondern nur die Teile, die dem Musiker dienlich sind. Es sind die Relation und die Proportionen. Diese dienen der Darstellung der *numeri sonori*, die ja auch unser Vorhaben ist. Daher werden auch wir nur die Schlussfolgerungen, die uns dienlich sind, herausnehmen und sie auf den Instrumental- oder Gesangston anwenden, quasi – wie der Philosoph [Aristoteles] zeigt – aus dem Blickwinkel der Naturwissenschaft betrachtet. Daher muss ich unbedingt ergänzen, dass die Musik nicht nur der Mathematik, sondern auch der Naturwissenschaft untergeordnet ist. Nicht, was die Zahlen angeht, wohl aber den natürlichen Ton, von dem alle Tonbewegungen, <31> Konsonanzen, Harmonien und Melodien ausgehen. Dies bestätigt auch Avicenna, wenn er sagt, die Musik habe ihren Ursprung in den Wissenschaften von Natur und Zahlen. Und wie in den natürlichen Dingen nichts perfekt ist, solange es nur möglich ist, sondern erst dann, wenn es in die Tat umgesetzt wird, so kann auch die Musik solange nicht vollkommen sein, wie sie nicht durch natürliche oder künstliche Instrumente zum Erklingen gebracht wird. Das kann sie nicht mit der Zahl alleine und auch nicht mit Tönen alleine, sondern nur im Zusammenwirken beider erreichen, da die Zahl untrennbar mit der Konsonanz verbunden ist. Hier wird deutlich, dass man die Musik weder einfach als mathematisch noch einfach als naturwissenschaftlich bezeichnen kann, aber gut als teilweise naturwissenschaftlich und teilweise mathematisch, folglich als Mittelding zwischen beiden. Und weil der Musiker aus der Naturwissenschaft die Materialursache der Konsonanz in Gestalt der Gesangs- oder Instrumentaltöne gewinnt und aus der Mathematik die Formursache in Gestalt der Proportion, und weil man alle Dinge nach ihrem vornehmsten Bestandteil benennen soll, so nennen wir aus gutem Grund die Musik eine mathematische Wissenschaft und nicht eine Naturwissenschaft. Denn die Form ist vornehmer als die Materie.

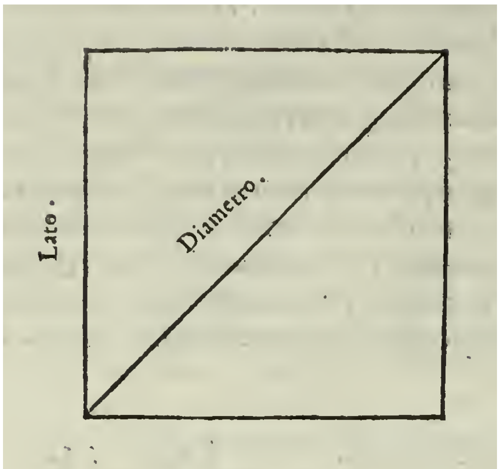
Kap. 21

Was Proportionen sind und wie man sie einteilen kann

Die Gesangs- oder Instrumentaltöne, die zueinander in einem von Proportionen bestimmten Verhältnis stehen und ihr Sein damit natürlichen Gegebenheiten verdanken, bringen die Konsonanz hervor und lassen sie ans Ohr dringen, die Herrin über alle Tonbewegungen, mit deren Hilfe man zum Gebrauch der Melodien gelangt, worin die Vollkommenheit der Musik besteht.

Freilich wirken beim Hervorbringen einer Konsonanz – wie wir an anderer Stelle sehen werden – zwei verschiedene Töne zusammen. Sie stehen hinsichtlich der Form und des Verhältnisses der harmonischen Zahlen in einem von Proportionen bestimmten Abstand zueinander, wobei einer tiefer ist als der andere. Man muss hierzu wissen, dass alles, woraus Töne entstehen können, Saiten oder Atemluft und andere ähnliche Dinge, vom Musiker als Intervall bezeichnet wird. Die Form oder das Zahlenverhältnis, die sich aus der Abmessung klingender Saiten gewinnen lassen, nennt er Proportion.
Die Proportion jedoch wird unmittelbar in zwei Teile unterteilt, die *proportio communis* und die *proportio propria*. Die erstgenannte versteht sich als Vergleich zweier Dinge in Bezug auf dasselbe Merkmal oder ein eindeutiges Prädikat: etwa zwischen Gioseffo und Francesco hinsichtlich ihrer weißen Hautfarbe oder anderer gemeinsamer Eigenschaften. Die letztgenannte ist – so will es Euklid – eine gewisse Disposition oder Übereinstimmung zweier bestimmter, nahe verwandter Quantitäten, seien sie nun gleich oder ungleich [vgl. Eukl. elem. 1, Axiom 1; 5]. »Nahe verwandt« deshalb, weil man ja nicht gut behaupten kann, eine Linie sei größer, kleiner oder gleich groß im Verhältnis zu einer Fläche oder einem Körper, und auch nicht, eine Zeitspanne sei länger, kürzer oder gleich im Verhältnis zu einem Ort. Sehr wohl aber kann eine Linie im Verhältnis zu einer anderen Linie länger, kürzer oder gleich sein, oder ein Körper zu einem anderen

Körper, oder ähnliches. Denn – so lehrt uns der Philosoph [Aristoteles] – man darf nur Dinge gleicher Bedeutung miteinander vergleichen, die nahe verwandt sind, nicht aber solche, die verschiedene Bedeutungen haben und verschiedenartig oder vollständig andersartig sind. Und Proportionen findet man nicht allein bei den oben genannten Quantitäten, sondern auch bei Gewichten, Maßeinheiten und – Platon zufolge – auch bei Kräften und Tönen, wie wir noch sehen werden. Voraussetzung für die Proportion ist, dass ein Ding gleich, größer oder kleiner als ein anderes ist, denn auf dem gleichen oder ungleichen Verhältnis beruht das Prinzip der Quantitäten. So ist die Proportion in erster Linie bei den Quantitäten zu finden, und dann, folglich, bei den anderen genannten Dingen. Ich lasse die *proportio communis* nunmehr außen vor, weil sie nicht zu unserem Vorhaben gehört, und unterteile die *proportio propria* weiter in die rationalen und die irrationalen Proportionen. Die rationalen Proportionen nenne ich jene, deren Bezeichnung sich aus den Zahlen herleitet, die sie umfassen und die in ihr enthalten sind. Zum Beispiel heißt die 2 im Verhältnis zur 1 *proportio dupla*, weil sie diese zwei Mal enthält. Daher heißen solche Proportionen kommensurabel und kommunizierend, denn beide Zahlen sind als ganzzahlige Vielfache einer dritten Zahl durch diese teilbar. Irrationale Proportionen, wie etwa das Verhältnis zwischen Diagonale und Seite im Quadrat, lassen sich nicht durch eine rationale Zahl ausdrücken. Hier gibt es keine natürliche Zahl als gemeinsamen Teiler, weshalb sie »inkommensurable Quantitäten« heißen. Es ist jedoch zu beachten, dass alle Zahlenproportionen der *quantitas discreta* auch in der *quantitas continua* vorkommen, denn alle Zahlen sind kommensurabel und kommunizierend, weil sie alle zumindest Vielfache der Zahl 1 sind. Das gilt jedoch nicht umgekehrt für die *quantitas continua*, denn hier gibt es unzählige Zahlenverhältnisse, die in der *quantitas discreta* nicht vorkommen. Jede Proportion, die sich in einem *genus* der *quantitas continua* findet, <32> findet man auch in einem anderen wieder. So entsprechen sich zwei gerade Linien, zwei Flächen, zwei Körper, zwei Zeitabschnitte, zwei Örtlichkeiten, zwei Töne und dergleichen mehr. Das trifft aber nicht auf Zahlen oder die q*uantitas discreta* zu.



Es ist daher offenkundig, dass die Proportionen der *quantitas continua* abstrakter sind als die der *quantitas discreta,* weil die arithmetischen Proportionen rationale Verhältniszahlen haben, die geometrischen aber rationale und irrationale. Doch die irrationalen Proportionen gehören nicht zu unserem Vorhaben, daher übergehe ich sie und greife die rationalen heraus, die wiederum in die *proportio aequalitatis* und die *proportio inaequalitatis* unterteilt werden. Hierzu sage ich: Die *proportio aequalitatis* findet man zwischen zwei gleichen Quantitäten, wie 1 : 1, 2 : 2, 3 : 3 usw., oder zwischen zwei Tönen, Linien, Oberflächen oder Körpern, die einander gleich sind. Sie gehört aber wirklich nicht zu unserem Vorhaben, weil sie naturgemäß unteilbar ist, denn die Grenzen gehen fließend ineinander über und man kann nicht sagen, dass die eine Quantität größer sei als die andere. Und so kommt es, dass diese Gleichartigkeit oder Ähnlichkeit für den Musiker keine Konsonanz hervorbringt. Die *proportio inaequalitatis*, der Gegenstand meiner Abhandlung, hingegen liegt vor, wenn zwei Quantitäten, deren eine größer ist als die andere, sich so zueinander verhalten, dass die eine die andere enthält oder in ihr enthalten ist, wie 2 : 1 oder umgekehrt [1 : 2]. Und auch die *proportio inaequalitatis* lässt sich wieder in zwei Teile aufteilen, nämlich die *proportio maioris inaequalitatis* und die *proportio minoris inaequalitatis*. Denn wenn man die größere Zahl mit der kleineren vergleicht und wenn die größere die kleinere ohne weiteres mit enthält, entsteht die *proportio maioris inaequalitatis*. Vergleicht man jedoch die kleinere mit der größeren und ist die kleinere ohne weiteres in der größeren enthalten, so entsteht die *proportio minoris inaequalitatis*.

Kap. 22

Auf wie viele Arten sich zwei Quantitäten miteinander vergleichen lassen

Das Prinzip des »Enthaltens« und »Enthaltenseins« lässt sich nicht immer nur auf eine Weise darstellen, sondern ebenso gut auch anders. Bei genauerer Betrachtung zeigt es sich, dass aus jeder Art von Zahlenvergleich weitere fünf hervorgehen. Denn auf höchstens fünf Arten lässt sich eine größere mit einer kleineren Zahl vergleichen und umgekehrt ebenso eine kleinere mit einer größeren. Bei der *proportio maioris inaequalitatis* enthält die größere Zahl die kleinere auf drei Arten: mehrmals ganz, einmal ganz mit einem ihrer Teiler als Rest, der Aliquotteil genannt wird, oder einmal ganz mit einem Teil als Rest, der Nichtaliquotteil heißt. Ferner kann die größere die kleinere Zahl mehr als einmal mit Aliquotteil oder Nichtaliquotteil enthalten. In der ersten Art hat das *genus multiplex* der Proportionen seinen Ursprung, in der zweiten das *genus superparticulare*, in der dritten das *genus superpartiens*. Das sind die einfachen *genera*. Aus der vierten Art wird das *genus multiplex superparticulare* gebildet und aus der fünften und letzten das *genus multiplex superpartiens*. Diese beiden *genera* setzen sich aus dem ersten und den beiden folgenden zusammen, was man am jeweiligen Namen erkennen kann: Sie heißen zusammengesetzte *genera*. Bei der *proportio minoris inaequalitatis* ist die kleinere Zahl gleichfalls auf höchstens fünf Arten in der größeren enthalten, so dass es fünf weitere *genera* gibt, die *minoris inaequalitatis* heißen. Sie erhalten ihre Namen von den oben genannten Proportionen und werden zur Unterscheidung mit dem Präfix »sub-«, also »unter-« versehen. Sie heißen *submultiplex*, *subsuperparticulare*, *subsuperpartiens*, *submultiplex superparticulare* und *submultiplex superpartiens*. Hier werden ebenfalls die ersten drei als einfache, die anderen beiden als zusammengesetzte Proportionen bezeichnet. Doch weil die fünf letztgenannten *genera* für die Erzeugung von musikalischen Konsonanzen nicht geeignet sind – das werden wir im Zweiten Teil sehen –, möchte ich auf sie nicht weiter eingehen.

Kap. 23

Was ein Aliquotteil und ein Nichtaliquotteil ist

<33> Wir müssen hier anmerken, dass »Aliquotteil« von den Mathematikern eine Quantität genannt wird, die als Teil einer beliebigen größeren Zahl so oft wie möglich malgenommen genau das Ganze ergibt. So ist die 2 als Aliquotteil der 6 zu bezeichnen.

Denn drei Mal genommen ergibt sie genau ihr Ganzes, und das ist die 6. Sie wird von Campanus [von Novara, vermutlich in seiner Euklid-Übersetzung] als »multiplikativer Teil« [= Teilmenge] bezeichnet. Denn sie zählt oder misst auf ganzzahlige Weise das Ganze. »Nichtaliquotteil« wird schließlich eine Quantität genannt, die, wenn sie so oft wie möglich malgenommen wird, nicht das Ganze ergibt, sondern mehr oder weniger. So ist die 2 ein Nichtaliquotteil der 5, denn nimmt man sie zwei Mal, ergibt das 4, und nimmt man sie drei Mal, ergibt das 6. Dieser [Nicht-Aliquot-]Teil wird von demselben Campanus als »aggregativ« bezeichnet. Denn nur im Verbund mit einer anderen Quantität ergibt sie das Ganze. So ergibt die 4 im Verbund mit der 1 die 5. Diesen [Nichtaliquot-]Teil nennt man nicht im eigentlichen, sondern im uneigentlichen Sinne einen Teil.

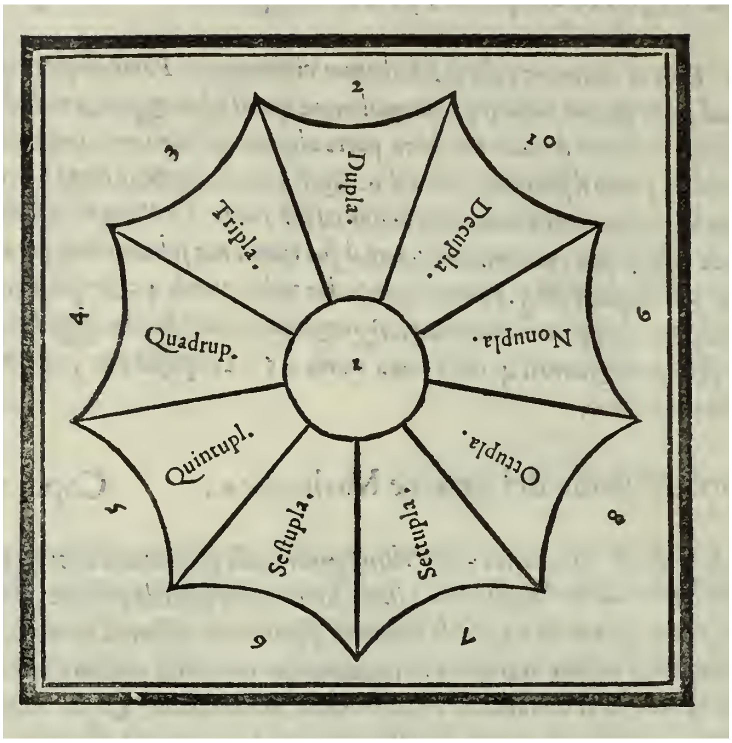
Kap. 24

Wie das *genus multiplex* erzeugt wird

Obwohl die besagten fünf letzten *genera* der *proportio maioris inaequalitatis* – wie wir oben sehen konnten – in ihrer Anzahl begrenzt sind, soll man nicht glauben, dass deshalb auch ihre *species* begrenzt seien. Denn nach der Weise der Zahlen – die ihre natürliche Ordnung bis ins Unendliche weiterverfolgen – lässt sich ihre Reihe unendlich fortsetzen. Mögen diese *species* auch unendlich sein, die Musik begnügt sich nichtsdestoweniger mit einem kleinen Teil davon, und der ist begrenzt, näher an der Einfachheit und hat nichts mit Unendlichkeit zu tun. Denn alles, was sich weiter von seinem Ursprung entfernt, wird unklarer und komplizierter, der Sinn kann es weniger nachvollziehen und der Verstand es weniger erfassen. Das Gegenteil geschieht, wenn etwas dem Ursprung näher ist. Dann kann es nicht nur der Sinn nachvollziehen, sondern auch der Verstand begreifen. Man sieht das an den Zahlen: Je weiter sie von der einfachen 1 entfernt sind, umso komplizierter werden sie, umso unklarer, umso weniger nachvollziehbar für den Sinn und umso weniger erfassbar für den Geist. Aber im Gegenteil: Je näher sie der 1 sind, umso einfacher sind sie und umso vertrauter sind sie den Sinnen und dem Geist. Denn sie haben noch Anteil an der Einfachheit. Gleiches ist bei den Außentönen einer beliebigen instrumental oder vokal ausgeführten Konsonanz zu beobachten: Je näher sie einander und einer Vereinigung stehen, umso begreifbarer sind sie. Dehnt sich jedoch ihr Abstand in der Höhe oder in der Tiefe zu weit aus, missfällt dies dem Gehörssinn sehr, weil er es nicht sogleich erfassen kann. Und auch von natürlichen wie künstlichen Instrumenten kann ein solcher Tonabstand nur schwer nachvollzogen werden. Wenn sich die Tonabstände nach oben und unten auch sehr weit ausdehnen lassen, so doch nicht über eine von der Natur und der Kunst vorgegebene Grenze hinaus.

Da aber alle harmonischen Töne »rational« sind, also zwischen sich ein bestimmtes Intervall und eine Proportion mit einer rationalen Verhältniszahl haben, sind sie zwingend der Gesetzmäßigkeit der Zahlen unterworfen. Denn ihre Außentöne fallen, wenn man sie miteinander vergleicht, zwingend unter die Gesetzmäßigkeit der oben genannten *genera*. Nachdem ich sie bisher allgemein abgehandelt habe, komme ich nun darauf zu sprechen, wie ihre Arten gebildet werden. Ich beginne mit dem ersten, dem einfachsten von allen, dem *genus multiplex*. Wir werden alle seine Arten kennenlernen, indem wir zunächst die natürliche Ordnung der Zahlen darlegen, mit der 1 beginnen und dann bis ins Unendliche fortschreiten, falls erforderlich.

Dann vergleichen wird die 2, die 3, die 4 und die anderen Zahlen der Reihe nach mit der 1. Wenn wir so verfahren, werden wir in jedem Zahlenverhältnis verschiedene Arten von Proportionen finden: So heißt die Proportion 2 : 1 nach ihrem Nenner, der 2, *proportio dupla*, ihre Entsprechung mit der 3 gleichermaßen nach ihrem Nenner *proportio tripla*, und so weiter, immer der Reihe nach. Setzen wir auf diese Art den Vergleich einer jeden Zahl mit der 1 fort, dann erhalten wir die Arten des ersten, *multiplex* genannten Genus. Sie sind hier unten dargestellt:



Kap. 25

Was ein Nenner bzw. Quotient ist und wie er sich ermitteln lässt; wie man bei zwei vorliegenden Proportionen die größere und die kleinere erkennen kann

<34> Wir müssen hier anmerken, dass der Nenner – Euklid zufolge – eine Zahl ist, gemäß welcher das Ganze in Teile zerlegt wird. Zu Recht wird er von einigen auch Aliquotteil oder Quotient genannt. Er zeigt an, wievielmal die größere Zahl einer Proportion die kleinere enthält, und er ist das Produkt der Teilung der größeren durch die kleinere in jeder gegebenen Proportion eines beliebigen Genus. So zum Beispiel, wenn man die größere Zahl der *proportio dupla*, der ersten im *genus multiplex*, durch die kleinere Zahl teilt, nämlich die 2 durch die 1. Das Ergebnis ist die Zahl 2, die ich als den Quotienten dieser Proportion bezeichne, denn die 2 enthält die 1 zweimal und teilt sie ohne Rest in zwei Teile. Gleichermaßen sagen wir: Die 3 ist der Quotient der *proportio tripla*

und die 4 der Quotient der *proportio quadrupla*. Denn die 3 enthält die 1 drei Mal, die 4 vier Mal, usw. Solche Brüche nennt man »einfach«, weil ihr Quotient aus einfachen [ganzen] Zahlen bestehen: 1, 2, 3, 4 usw.

Wenn wir nun aber im *genus superparticulare* die Zahlen der *proportio sesquialtera* auf die genannte Art teilen, also die größere durch die kleinere, ergibt das die Zahl $1\frac{1}{2}$, die ich als Quotient der *proportio sesquialtera* bezeichne. Hier enthält die größere Zahl, die 3, die kleinere 2 einmal als Ganzes und einmal zur Hälfte. Man schreibt das nach Art der Mathematiker so: $\frac{3}{2}$ und nennt einen solchen Bruch »zusammengesetzt«, weil er sich aus einer ganzen Zahl und einer Bruchzahl zusammensetzt. In der Tat heißen die Teile, die auf diese Weise entstehen, manchmal Aliquot- und manchmal Nichtaliquotteile der kleineren Zahl, die die Proportion enthält.

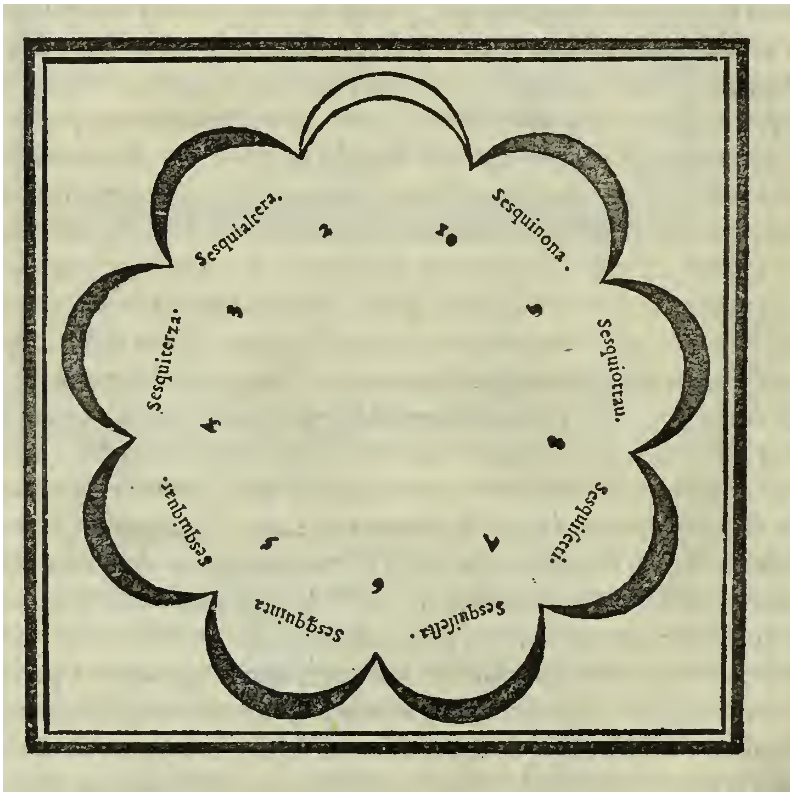
Die Zahl über dem Bruchstrich aber nennt man den Zähler eines solchen Bruchs, die darunter Nenner. Woher das Präfix *sesqui-* kommt und was es eigentlich bedeutet, ist nicht leicht zu ergründen, es sei denn, Augustinus habe Recht. Dieser meint – mit der Lesart »*sesque-*« statt »*sesqui-*« –, das komme quasi von »*se absque*«, bzw. umgekehrt von »*absque se*« und hieße »ohne sich«. Daher <35> beziehe sich – wenn ich mich nicht irre – die Benennung dieser Proportionen auf die größere Zahl, von welcher bei der Berechnung der Proportionen des *genus superparticulare* die kleinere übrig bleibe. Diese Zahlen nennt er [Augustinus] »*sesquati*« [Aug. mus. 10.17]; und die des *genus multiplex* »*complicati*«. Einige haben zwar die Ansicht vertreten, es handele sich hier nur um eine Beisilbe, die gar nichts bedeute. Sie sei nur erfunden worden, um die genannten Proportionsarten auf bequemere Weise benennen zu können, doch das scheint mir wenig überlegt. Eher haben diejenigen Recht, welche sagten, »*sesqui-*« meine »alles«, so dass »*sesquialtera*« sich von diesem lateinischen Wort in Verbindung mit dem lateinischen Wort »*altera*« ableite, das man verwende, wenn man von zwei Dingen spreche, und es bedeute »das andere«. Also eine Proportion, deren größerer Teil den kleineren einmal ganz und einmal mit nur einem seiner beiden Teile enthält. Das ist gut gesagt. Denn wäre es anders – so meinen einige, »*sesqui*« bedeute »*altretanto*«, also »ebenso viel und die Hälfte« –, dann ließe sich dieses Wort nicht an andere Proportionen anpassen, wie an die *sesquiterza*, *sesquiquarta* usw. Doch wir müssen hier anmerken, dass der Quotient einer beliebigen Proportion auf zwei Arten vorkommt: nämlich in ganzen Zahlen oder mit zusätzlichem Rest. Letztere gibt es in vier Arten: Als 1 mit Teilzahl, als 1 mit mehreren Teilzahlen, als beliebige Zahl mit Teilzahl oder als beliebige Zahl mit mehreren Teilzahlen. Stoßen wir auf ganze Zahlen, erhält die Proportion einen einfachen Namen, wie bei den *species* des *genus multiplex* gezeigt wurde. Finden wir die 1 mit zusätzlicher Teilzahl, erhalten die Proportion die oben genannten Bezeichnungen des *genus superparticulare*. Findet man die 1 mit mehreren Teilzahlen, dann lassen wir die 1 weg, setzen die Partikel »super-« vor den Zähler der Teilzahl und vor den Nenner »partiens«. Die Benennung der Proportion setzt sich dann aus den beiden Partikeln und den Zahlen ihrer Teile zusammen. Das kann man zum Beispiel an der ersten *species* des *genus superpartiens* sehen. Sie heißt *superbipartiens tertias* und erhält ihre Bezeichnung von $1 + \frac{2}{3}$, ihrem Quotienten. Teilt man nämlich die größere Zahl dieser Proportion, die 5, durch die kleinere, die 3, so ergibt sich $1 + \frac{2}{3}$. Man nimmt nun den Zähler der Teilzahl, die 2, fügt die Partikel »super« hinzu an und sagt: »*superbi-*«. Dann verbindet man die 3 als den Nenner mit der Partikel »*partiens*« und sagt: »*partiens tertias*«. Zusammengenommen nennt man das *superbipartiens tertias*. Und so verfährt man auch bei den anderen Proportionen, jeweils nach dem Quotienten. Wenn jedoch der Quotient aus einer beliebigen Zahl und einer Teilzahl gebildet wird, benennt man die Proportion zunächst nach der Zahl, wie es beim *genus multiplex* gezeigt wurde, und fügt dann die Bezeichnung für die Teilzahl an, wie ich es beim *genus superparticulare* erklärt habe. Eine solche Proportion ist notwendigerweise dem ersten zusammengesetzten *genus* zuzuordnen, das *multiplex superparticulare* heißt. Man kann das an der *proportio dupla sesquialtera* sehen, deren Bezeichnung sich aus $2 + \frac{1}{2}$ ableitet. Ihre größere Zahl, die 5, enthält die kleinere, die 2, zweimal ganz und einmal zur Hälfte. So entnimmt man der 2 die Bezeichnung *dupla* und der Teilzahl $\frac{1}{2}$ die *sesquialtera*. Handelt es sich nun um einen Quotienten aus einer ganzen Zahl und mehrere Teilzahlen, dann benennt man die Proportion zunächst nach der ganzen Zahl, wie es beim *genus multiplex* gezeigt wurde, fügt dann die Bezeichnung für die Teilzahlen an und benennt diese so, wie wir es beim *genus superpartiens* getan haben. Eine solche Proportion ist zwingend dem zweiten zusammengesetzten *genus*, dem sogenannten *genus multiplex superpartiens* zuzuordnen. Wir haben hierfür das Beispiel der *proportio dupla superbipartiens tertias*, der ersten Art dieses *genus*. Sie erhält ihre Bezeichnung, wie wir sehen werden, aus besagten Gründen von ihrem Quotienten $2 + \frac{2}{3}$. Es würde lang dauern, wollte ich für jede Proportionsart alle Beispiele aufführen. Doch weil vieles hiervon an geeigneter Stelle noch zu sehen sein wird, werde ich mich jetzt nicht weiter darüber verbreiten. Ich möchte zum Schluss nur noch sagen, dass eine jede Proportion – nach Euklid – um dasselbe Maß größer ist als eine andere wie ihr Quotient, und das in jedem *genus*. Das ist offenkundig, denn die *proportio dupla* ist zweifellos um einiges größer als die *sesquialtera* und ihr Quotient 2 größer als $1 + \frac{1}{2}$, der Quotient der *sesquialtera*. Das gleiche lässt sich auch von den anderen Proportionen sagen.

Kap. 26

Wie das *genus superparticulare* entsteht

<36> Die zweite *proportio maioris inaequalitatis* entsteht folgendermaßen: Wenn wir bei der oben genannten natürlichen Zahlenfolge die 1 beiseitelassen, mit der 2 beginnen, dann allmählich die Reihe verfolgen und schließlich die größere Zahl mit der ihr nächstkleineren vergleichen, so ergibt sich aus diesem Vergleich das *genus superparticulare*. Seine erste *species* ist die *proportio sesquialtera* aus dem Vergleich von 3 und 2, aus dem Vergleich von 3 und 4 entsteht die zweite *species*, die *sesquitertia*, und so weiter der Reihe nach. Jede von ihnen wird – wie ich schon sagte – nach ihrem Quotienten oder Aliquotteil bezeichnet.

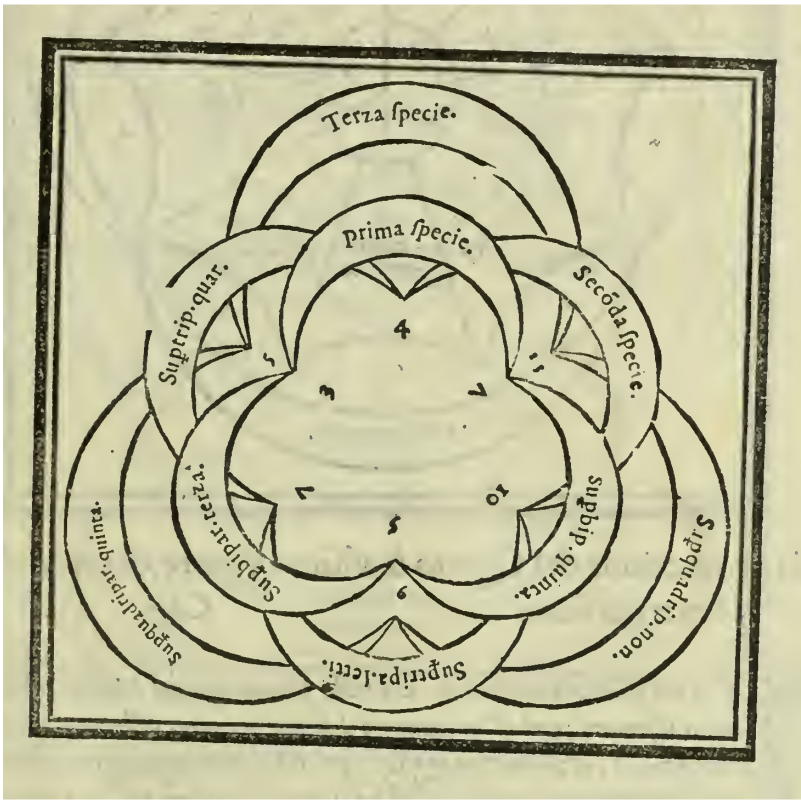
Man sieht: Wenn in einer beliebigen Proportion die Differenz zwischen der größeren und der kleineren Zahl der Hälfte der kleineren Zahl entspricht, so nennt man sie *sesquialtera*. Handelt es sich um einen Drittel, dann heißt sie *sesquitertia*. Kurz gesagt werden alle weiteren *species*, seien sie auch unendlich, nach ihren Teilzahlen benannt, wie man an diesem Beispiel sehen kann:



Kap. 27

Wie das *genus superpartiens* erzeugt wird

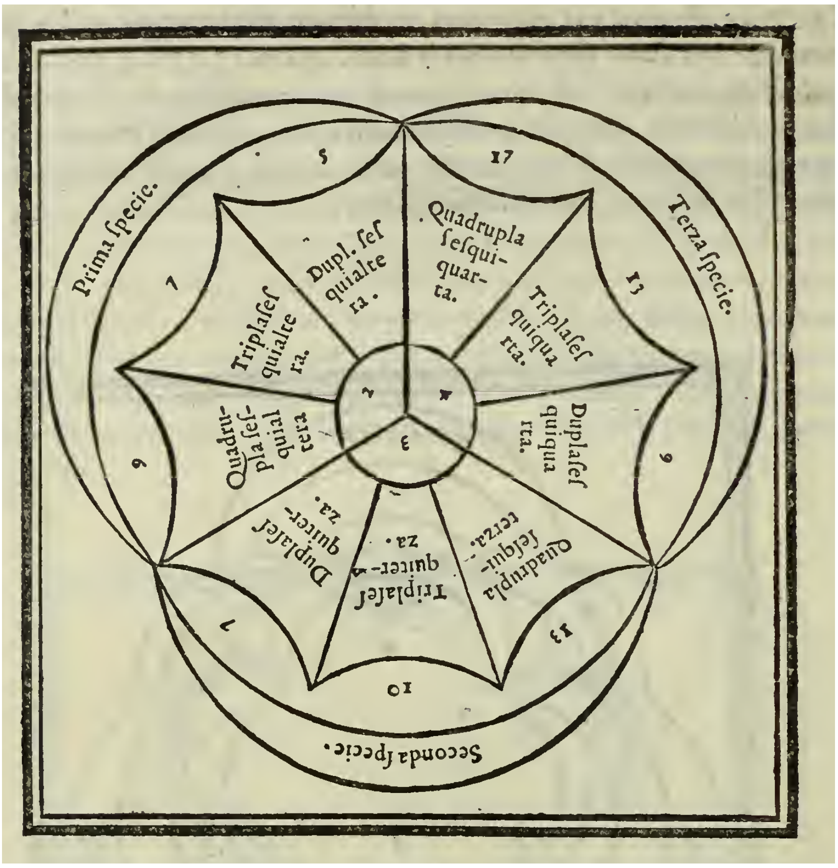
Es gibt unendlich viele *species* des dritten *genus*, das *superpartiens* heißt. Sie heißen *superbipartiens*, *supertripartiens*, *superquadripartiens* usw. bis ins Unendliche fortschreitend, entsprechend der natürlichen Zahlenfolge. Die *proportio superbipartiens* findet man zwischen zwei Zahlen, deren Differenz die 2 ist, die größer sind als die 2 und bei denen die 2 kein gemeinsamer Nenner ist. Solche Zahlen sind immer relative Primzahlen, deren natürliche Eigenschaft darin besteht, die Grundzahlen jener Proportion zu sein, die sie beschreiben. Lassen wir nun die 2 beiseite, denn die trägt zu unserer Überlegung nicht viel bei, und nehmen die 3 und die 5, die als die ersten Primzahlen der natürlichen Zahlenfolge diesem Gesetz gehorchen. Vergleichen wir hier die größere Zahl mit der kleineren, dann erhalten wir die *proportio superbipartiens tertias*. Denn die 5 enthält <37> die 3 einmal und darüber hinaus einen Nichtaliquotteil, nämlich zwei Drittel. Im Gegensatz hierzu ergeben sich zwischen 7 und 5 die *proportio superbipartiens quintas*, zwischen 9 und 7 die *proportio superbipartiens septimas*, und auf dieselbe Weise allmählich die anderen Proportionsarten. Zwischen 7 und der 4 aber wird die *proportio supertripartiens quartas* erzeugt, die erste *proportio supertripartiens*. Ebenso wie bei den erstgenannten Proportionen die 2 als Differenz [zwischen den Proportionszahlen] zu beachten war, ist es bei den zweitgenannten die 3 und bei den *superquadripartiens*-Proportionen die 4. Hält man diese Regel bei den anderen der Reihe nach ein, so könnte man unendlich fortschreiten, wie man hier unten sieht:



Kap. 28

Das *genus multiplex superparticulare*

Das vierte *genus* heißt *multiplex superparticulare*. Es entsteht durch das Hinzufügen der kleineren Zahl einer beliebigen Proportion des *genus superparticulare* zur größeren, wobei dieselbe kleinere Zahl immer von neuem dem Ergebnis der Addition hinzugefügt wird. Wenn wir also die 2, die kleinere Zahl der *sesquialtera*, und deren größere Zahl 3 addieren, erhalten wir die 5. Fügen wir dieser auf die gleiche Weise wieder die 2 hinzu, ergibt das die 7 und so weiter bis ins Unendliche. So können wir, wenn wir diese Regel beachten, unendlich viele weitere *species* dieser Art erhalten, wie man der folgenden Abbildung entnehmen kann:



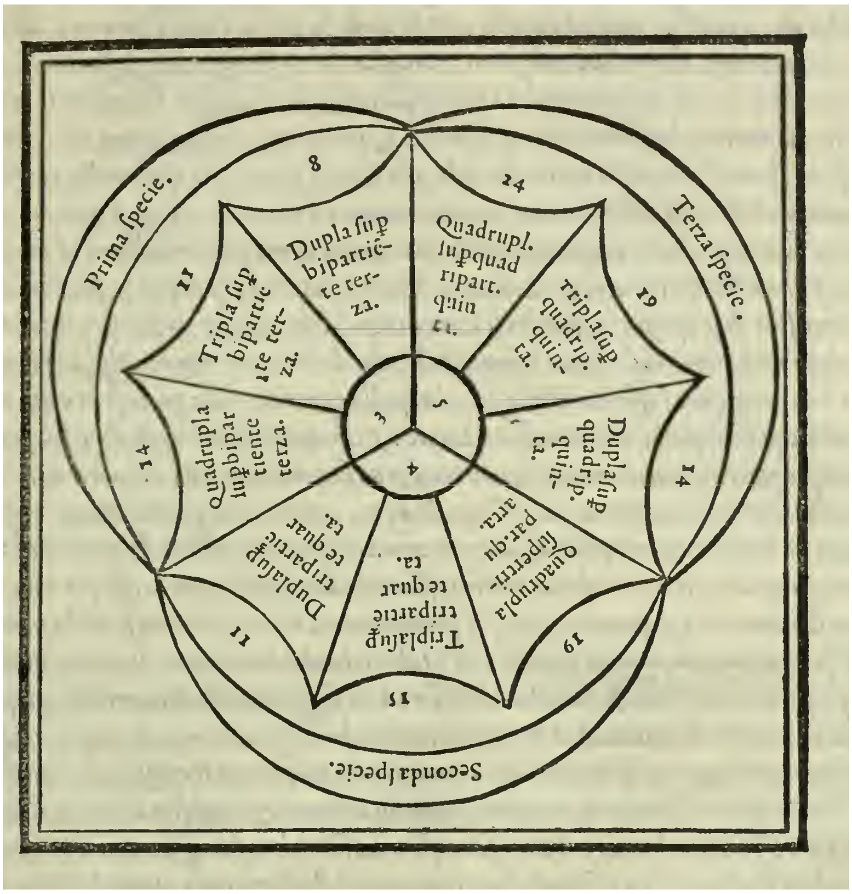
Kap. 29

Wie das fünfte und letzte, das *genus multiplex superpartiens* erzeugt wird

<38> Wenn wir das Prinzip, das wir beim Erzeugen des *genus multiplex superparticulare* befolgt haben, auf das *genus superpartiens* anwenden, also die kleinere Proportionszahl zur größeren hinzufügen, dem Ergebnis immer wieder diese kleinere Zahl hinzufügen und damit – wenn man das denn könnte – bis ins Unendliche fortfahren, dann gewinnen wir das fünfte und letzte *genus*, das *multiplex superpartiens* heißt. Ich möchte mich – damit die Sache nicht zu schwierig wird – nicht weiter hierüber ausbreiten und begnüge mich damit, einige Beispiele anzuführen, welche als Wegweiser und Licht für das Verständnis dieser Regel dienen sollen. Sie sind unten angeführt. In der gleichen Weise, wie es für die *proportio superbipartiens tertias*, die *supertripartiens quartas* und die *superquatripartiens quintas* gezeigt wurde, lassen sich hier noch weitere *species* hinzufügen. Sie sind – wie ich schon sagte – unbegrenzt. Und was zu den *genera* und *species* der *proportiones maioris inaequalitatis* gesagt wurde, das gilt auch für diejenigen *proportiones minoris inaequalitatis*, deren *species*, wie die oben gezeigten, mit ihren Grundzahlen auftreten. Es ist zu bemerken, dass diejenigen Zahlen einer Proportion Grundzahlen oder Stammzahlen genannt werden, die nicht in kleinere Faktoren zerlegt werden können. Solche Zahlen sind relative Primzahlen, wie oben gezeigt wurde und wie es auch Euklid im siebten Buch seiner *Elemente* oder Prinzipien, wie wir sie nennen wollen, und Boethius im achten Kapitel des zweiten Buches der *Musica* demonstrieren [Eukl. elem. 7; Boeth. mus. 2.8].

Bei den Prolationen der Notenwerte kennzeichnen die Musiker die *proportiones maioris inaequalitatis*, indem sie die größere Zahl der Proportion, welche sie anzeigen wollen, über die kleinere stellen. Die *proportio dupla* kennzeichenen sie durch $\frac{2}{1}$, die *sesquialtera* so: $\frac{3}{2}$. Bei den *proportiones minoris inaequalitatis* stehen die Zahlen umgekehrt, nämlich mit der kleineren Proportionszahl über der größeren. Man sieht das an der *proportio subdupla* und an der *subsesquialtera*, die so gekennzeichnet werden: $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ und weiter auf die gleiche Weise in jedem *genus*.

Wenngleich ich in den vorgestellten Genera nur Beispiele für die Grundzahlen der Proportionen angeführt habe, soll man nicht glauben, dass sich diese Proportionen nicht auch zwischen anderen Zahlen finden lassen, etwa bei den zusammengesetzten *genera*, deren Proportionszahlen gekürzt werden können. So lässt sich die <39> *proportio dupla* ebenso als 8 : 4 oder als 12 : 6 wie als 2 : 1 finden, was sich auch für andere Proportionen in den anderen Genera versteht, beispielsweise für die *proportio sesquialtera*, die sich ebenso als 6 : 4 wie als 3 : 2 finden lässt, wie wir noch sehen werden.



Kap. 30

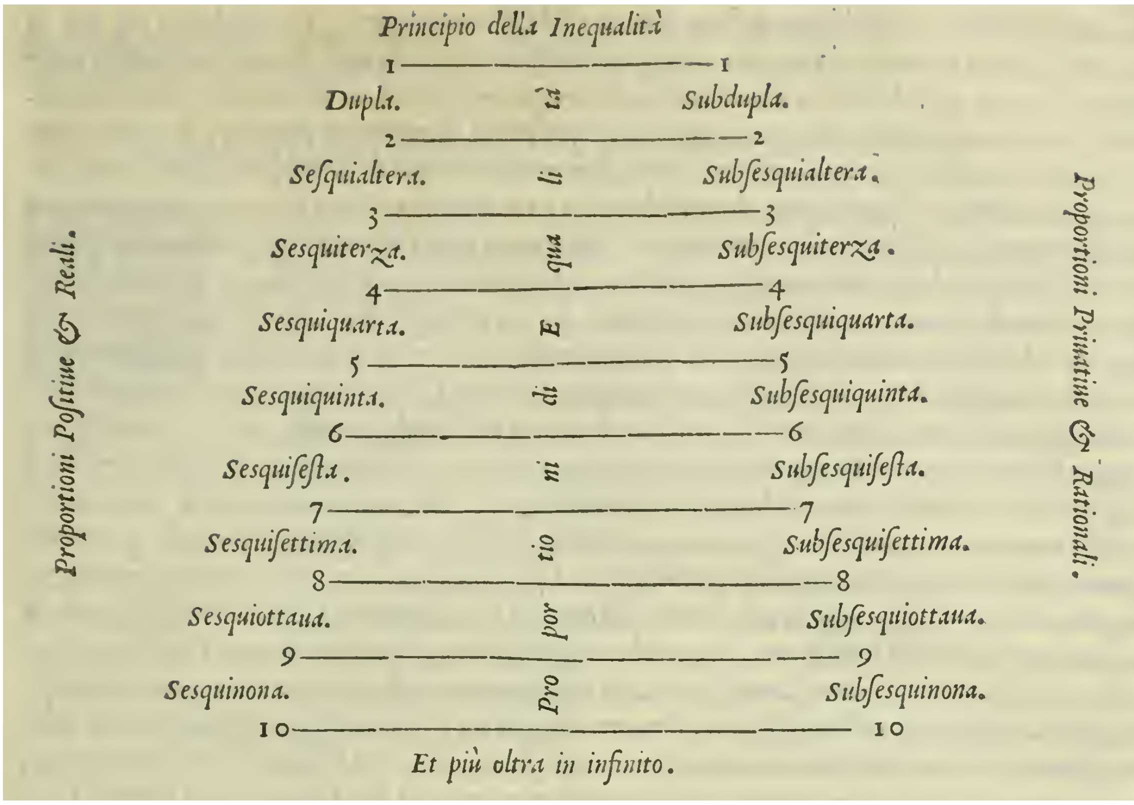
Die Natur und die Eigenschaften der genannten *genera*

Aus dem, was oben gezeigt wurde, kann man begreifen, dass die *genera* und *species* der *proportiones minoris aequalitaits* auf die gleiche Weise aus Zahlenkombinationen gebildet werden wie die *proportiones maioris aequalitatis*. Es gibt zwischen ihnen keinen Unterschied, außer dass bei jenen die kleinere mit der größeren Zahl im Hinblick darauf verglichen wird, wie oft die eine in der anderen enthalten ist, und bei diesen die größere mit der kleineren Zahl im Hinblick darauf, wie oft die eine die andere enthält. So können die *proportiones minoris* und *maioris inaequalitatis* gleichzeitig erzeugt werden und haben den gleichen Gegenstand. Doch meiner Beurteilung nach lassen sich die *proportiones minoris inaequalitatis* noch auf andere Weise betrachten und – sozusagen – auch rational und privativ nennen, die *proportiones maioris inqaequalitatis* real und positiv. Um dies besser zu verstehen und die Natur dieser *genera* kennenzulernen, muss man wissen, dass die Gleichheit der Grundstoff der Proportionen ist, zudem – nach Boethius [Boeth. mus. 1.3] und Jordanus [Nemorarius] – der Ursprung der Ungleichheit und die Mitte zwischen dem *genus maioris* und *minoris inaequalitatis*. Als solche ist sie von Natur aus einfach. Denn wenn man sie multipliziert oder dividiert, findet sich – wie man sehen kann – die Proportion als Ganzes in jedem ihrer Teile wieder. Sie bleibt immer bestehen und behält ihr Wesen in jedem *genus inaequalitatis* bei. Man sieht, dass dies offenkundig wahr ist. Denn zieht man – auf eine Weise, die wir andernorts noch kennenlernen werden – im *genus maioris inaequalitatis* die *proportio dupla* von einer anderen *proportio dupla* ab, und entsprechend im *genus minoris inaequalitatis* eine *proportio subdupla* von einer anderen, so hebt sich das Ergebnis unmittelbar auf. Denn jede Ungleichheit löst sich – nach Ansicht des Boethius – in Gleichheit auf, als dem Grundstoff des zugehörigen *genus*. Das trifft aber nicht auf die veränderbaren *proportiones inaequalitatis* zu. Multipliziert oder dividiert man diese, sind die Proportionen als Ganzes von denen ihrer Teile verschieden, und die Zahlen der größeren Proportionen haben keinen Platz zwischen den Zahlen der kleineren. Man kann das an der *proportio dupla* sehen: Da sie größer ist als die *sesquialtera,* hat sie offenkundig keinen Platz <40> zwischen deren Zahlen. Will man die *dupla* mit den Zahlen 2 und 1 von der *sesquialtera* mit den Zahlen 3 und 2 auf eine Weise abziehen, die ich noch zeigen werde, entsteht die *subsesquitertia* mit den Zahlen 3 und 4, dem zweiten *genus maioris inaequalitatis*, dem sogenannten *genus subsuperparticulare*. Dass dieses sich von den beiden zuerst genannten *genera* unterscheidet, lässt sich offenkundig daran erkennen, dass der *sesquialtera* jene Quantität fehlt, um welche die *sesquialtera* von der *dupla* übertroffen wird. Es fehlt ihr also eine *sesquitertia*. Und das ist absolut wahr, denn wenn man die *sesquialtera* der *sesquitertia* hinzufügt, entsteht unmittelbar die *dupla*. Die *subsesquitertia* ist also lediglich das Zahlenverhältnis jener Proportion, die den Außenzahlen der *sesquialtera* fehlt, um die vollständige Quantität der *dupla* zu erreichen. Diese Unvollkommenheit wird durch die Partikel »*sub*-« ausgedrückt, die man voransetzt, um in der Kombination mit anderen Wörtern zuweilen eine Verkleinerung auszudrücken. Aufgrund dieser Wirkung können wir sie auch im Sinne von »privativ« verwenden. Ich sage »privativ« nicht, weil sie die Kraft hat, eine andere Proportion ihrer Quantität zu berauben, sondern weil damit klar wird, dass die zugehörige Proportion ihrer Ausdehnung beraubt und um die Quantität, deren Bezeichnung sie trägt, verkleinert ist. Das ist nicht ohne Absicht so gesagt, denn ebenso wie es unmöglich ist, von einer kleineren Zahl tatsächlich eine größere abzuziehen, so ist es auch unmöglich, von einer kleineren Proportion tatsächlich eine größere abzuziehen. Denn es ist notwendig, dass eine Quantität, von der eine andere abgezogen wird, im Verhältnis zu jener, die wir abziehen wollen, entweder größer oder gleich groß ist. Wenn wir aber so vorgehen, wie ich es gleich zeigen werde, können wir von der *dupla* immer eine *sesquialtera* abziehen und es wird eine *sesquitertia* übrigbleiben. Und von einer *sesquialtera* können wir eine weitere [*sesquialtera*] abziehen und das Ergebnis wird sich aufheben. Aber wir können niemals eine *dupla* von einer *sesquialtera* abziehen, ohne dass eine Quantität fehlt, die immer entsteht, wenn eine [Quantität] von einer anderen abgezogen wird, wie wir noch sehen werden. Dieser Mangel wird uns wie folgt angezeigt: Die *dupla* ist um eine *sesquitertia* größer als diese [Quantität] und die *sesquialtera*, wie man sehen konnte, um dieselbe verkleinert. Daher soll sich niemand wundern, wenn ich die *proportiones maioris inaequalitatis* mit dem Hinzufügen vergleiche, indem ich sie positiv genannt habe. Denn sie liefern die Zahlenverhältnisse für die Proportionen, also für die Form, die einem realen, bestimmten Gegenstand Existenz verleiht. Die *proportiones minoris inaequalitatis* vergleiche ich mit dem Wegnehmen, indem ich sie rational und privativ nenne. Denn sie verleugnen die Proportion, die sie darstellen, in besagtem Gegenstand. Sie sind einer realen Zahl beraubt und überschreiten damit nicht die Gleichheit, sondern sind kleiner als sie.

So ist also das *genus maioris inaequalitatis* vom *genus minoris inaequalitatis* verschieden und ihm entgegengesetzt. Auf diese Weise betrachtet, müssen sie unter verschiedenen Gesichtspunkten betrachtet werden: Das erste unter dem des Hinzufügens oder des Gebens und das zweite unter dem des Wegnehmens, wie ich es gesagt habe. Außerdem muss man sie als korrespondierende Gegensätze betrachten, die zueinander in einem Gegensatz der dritten Art stehen. Denn die *genera* und *species*, die dem einem [*genus*] untergeordnet sind, entsprechen – unter dem Gesichtspunkt des Hinzufügens betrachtet – den *genera* und *species*, die unter dem Gesichtspunkt des Wegnehmens dem anderen untergeordnet sind. Fast auf dieselbe Weise verhalten sich Unwissenheit und Wissenschaft, Schatten und Licht und Ähnliches. Auch sie muss man als Gegensätze betrachten, die sich in ihrer Mitte, der Gleichheit, entsprechen. Diese ist quasi der Gegenstand des Hinzufügens und des Wegenehmens, denn um sie herum geschehen solche Dinge. Ich möchte das nicht ohne Grundlage gesagt haben. Denn der Gegenstand des nicht-natürlichen Hinzufügens und des unvollkommenen Wegnehmens ist imstande, zuweilen das eine und zuweilen das andere nacheinander aufzunehmen und das, was sich ihm darbietet, so lange zu behalten, bis es ihm weggenommen wird. Wir sehen das an der Luft: Sie ist in der Lage, zuweilen Licht und zuweilen Schatten in sich aufzunehmen, und sie ist umso heller, je näher sie dem Licht steht und nicht von ihm getrennt ist. Genau so ist die Gleichheit in der Lage, bald die *proportiones maioris inaequalitatis*, bald die der *proportiones minoris inaequalitatis* auszubilden. Und wie ein Gegenstand in seiner Beschaffenheit das, was er in sich aufnimmt, bewahrt und hierdurch nicht seine Substanz verändert, so verändert die Gleichheit nicht die Proportion eines beliebigen *genus*, das sie ausbildet.

Noch weniger aber wird sie selbst verändert, wenn ihr eine beliebige Proportion eines beliebigen *genus* hinzugefügt oder weggenommen wird. Denn ihre Grenzen sind – wie ich gezeigt habe – unveränderbar und unwandelbar. Und wie ein Gegenstand durch eine Wegnahme beraubt und durch die Hinzufügung des Geraubten vervollständigt wird, so ist es auch bei der Gleichheit: Wird ihr eine beliebige *proportio maioris inaequalitatis* weggenommen, so ergibt sich hieraus unmittelbar eine quasi gegengleiche *proportio minoris inaequalitatis*. Man generiert eine *proportio maioris inaequalitatis*, indem man die entsprechende *proportio minoris inaequalitatis* umkehrt. So entsteht aus der Umkehrung der *dupla* [2 : 1] eine *subdupla* [1 : 2]und aus der Umkehrung der *subdupla* eine *dupla*.

Jedes Extrem hat seine Mitte, und die Mitte ist das, was gleich weit von den Extremen entfernt liegt. Weil die beiden *genera inaequalitatis* zwei Extreme sind, die gleich weit von der Mitte entfernt sind, habe ich gesagt, dass die Gleichheit die Mitte zwischen den beiden genannten *genera inaequalitatis* darstellt, wie man es in der untenstehenden Abbildung klar erkennen kann.



<41> Als Beispiele sind hier nur die Zahlen einiger *species* der ersten beiden *genera maioris* und *minoris inaequalitatis* angeführt, doch verstehen sie sich auch für die der anderen *species*, die ich um der Kürze willen übergangen habe. Ich dachte, dass dies genügen dürfte, um zu zeigen, was angekündigt war. Wer das Bedürfnis hat, auch die weiteren *species* dieser *genera* zu sehen, wird ihnen selbst nachgehen können, wenn er auf das achtet, was oben dargestellt wurde.

Aus dem, was gesagt wurde, können wir nachvollziehen, warum wir die *proportiones maioris inaqeualitatis* real und positiv und die *proportiones minoris inaequalitatis* rational und privativ nennen können und warum wir auch sagen können, dass sie zwei Extreme sind, in deren Mitte sich die Gleichheit befindet. Ebenso erkennen wir die

Natur und Eigenschaften jedes dieser *genera* sowie ihre Aufgabe. Wollen wir künftig eine Proportion des *genus minoris inaequalitatis* benennen, so fügen wir die Partikel »sub-« an. Bei den Proportionen des anderen *genus* lassen wir diese Hinzufügung weg. Und um die Proportionen der beiden entgegengesetzten *genera* voneinander unterscheiden zu können, beachten wir, falls nötig, diese Regel: Wir setzen die größere Zahl der Proportionen im *genus maioris inaequalitatis* auf die linke Seite und die der kleineren auf die rechte, also 3 : 2, und die Zahlen von jenen im *genus minoris inaequalitatis* umgekehrt, also 2 : 3. Die *proportiones aequalitatis* kann man ohne Rücksicht auf die Reihenfolge schreiben, da sie von Natur unveränderlich sind.

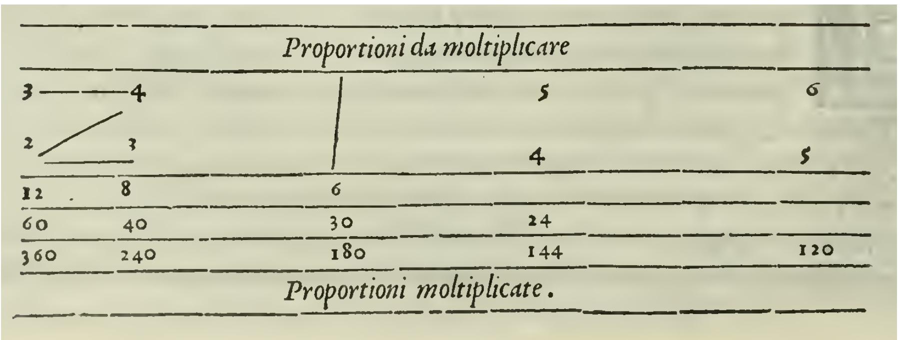
Kap. 31

Die Multiplikation von Proportionen

Wir haben zur Genüge Entstehung und Bezeichnungen von Proportionen dargestellt. Nun wollen wir damit beginnen, ihre Rechenarten abzuhandeln. Es gibt deren fünf, nämlich: Multiplikation, Addition, Subtraktion, Division und das Kürzen. Man muss wissen, dass einige die Meinung vertraten, Multiplikation und Addition sei das gleiche, während andere der gegenteiligen Ansicht waren, dass es sich dabei um zwei getrennte Operationen handle. Das gleiche galt für Subtraktion und Division. Doch ich werde diese Dispute jetzt beiseitelassen und mit einem Beispiel beweisen, dass diese Operationen nicht gleich sind, sondern verschieden, was für unser gegenwärtiges Vorhaben sehr nützlich und notwendig ist. Jetzt komme ich zur Sache und sage: Das Multiplizieren ist eine Aufstellung mehrere Proportionen in fortlaufender Anordnung, wobei sie sich zueinander so verhalten, dass die kleinere Zahl der einen die größere der anderen ist und umgekehrt. Das Addieren nenne ich dagegen eine Anhäufung <42> mehrerer Proportionen, die zusammen unter einem Hauptnenner aneinandergereiht werden. Man kann auf zweierlei Weise multiplizieren. Bei der ersten multipliziert man eine Proportion mit einer oder mehreren anderen und geht dabei von links nach rechts vor. Wir nennen das »Hinzufügen«. Bei der zweiten geht man gegenteilig von rechts nach links vor, und wir nennen es »Voranstellen«. Da diese beiden Rechenweisen notwendig sind und gut aufgehen, wollen wir die Operation sowohl mit der einen wie mit der anderen darstellen. Beginnen wir also mit der ersten: Wollen wir zwei oder mehr Proportionen desselben Genus – oder auch in verschiedenen Genera, das ist nicht wichtig – multiplizieren, dann setzen wir zunächst die Proportionen mit ihren Grundzahlen an, eine nach der anderen, in der Reihenfolge, in der wir sie multiplizieren wollen. Dann nehmen wir die größere Zahl der – von links aus gesehen – zweiten Proportion und multiplizieren sie mit der größeren und der kleineren der ersten. Letztere multiplizieren wir danach mit der kleineren Zahl der zweiten Proportion. So erhalten wir drei Zahlen mit zwei fortlaufenden Proportionen. Jetzt multiplizieren wir diese mit der größeren Zahl der nächsten Proportion. Das ist die dritte der oben genannten Reihenfolge, wenn man links beginnt und allmählich zur rechten Seite geht. Ist das geschehen, nehmen wir erneut die größere Zahl der Proportion und multiplizieren sie mit den eben produzierten Zahlen. Hieraus ergeben sich vier Zahlen, in denen die multiplizierten Proportionen enthalten sind. Sollte es nötig werden, diesen Proportionen erneut eine weitere hinzuzufügen, dann multiplizieren wir immer die als Produkt erhaltenen

Zahlen mit der größeren Zahl der nächsten Proportion, die wir hinzufügen wollen, und die kleinste Zahl der Produkte mit der kleineren Proportionszahl. Und mit dieser Art von Multiplikation erhalten wir immer das gesuchte Ergebnis.

Freilich: Beispiele führen den Geist eher zur Erkenntnis einer jeden Sache als Worte es vermögen, besonders bei Rechenoperationen. Wenn ich also möchte, dass man mich versteht, muss ich ein Beispiel bringen: Stellen wir uns vor, es wären die folgenden vier Proportionen zu multiplizieren, die alle im *genus superparticulare* stehen: eine *sesquialtera*, eine *sesquitertia*, eine *sesquiquarta* und eine *sequiquinta*. Zunächst schreiben wir diese Proportionen in der Reihenfolge, in der sie multipliziert werden sollen, auf, und zwar mit ihren Grundzahlen, also folgendermaßen: $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}$. Dann multiplizieren wir die größere Zahl der *sesquitertia*, die 4, mit 2 und 3, den Zahlen der *sesquialtera*. Aus dieser Multiplikation erhalten wir die 12 und die 8, die wiederum die *sesquialtera* bilden. Das kommt daher, weil die Zahlen einer beliebigen Proportion, mit einer beliebigen Zahl multipliziert, ihre Quantitätsverhältnisse nicht verändern. Der Beweis hierfür ist offenkundig und aus dem 18. Kapitel des siebten Buches von Euklids *Principia* und aus dem, was Boethius im 29. Kapitel des zweiten Buches seiner *Musica* sagt [Eukl. elem. 7.18; Boeth. mus. 2.29], ersichtlich. Diese Zahlen schreiben wir auf gleicher Höhe unter einen Strich, der sie von den gegebenen Proportionen trennt. Hiernach multiplizieren wir die kleineren Zahlen der beiden Proportionen und erhalten die 6. Die schreiben wir rechts neben die 8. Damit haben wir die besagten Proportionen multipliziert, also die *sesquitertia* durch die Zahlen 12, 8 und 6 der *sesquialtera* hinzugefügt. Wollen wir dieser nunmehr die *sesquiquarta* hinzugüfen, dann multiplizieren wir deren größere Zahl, die 5, mit diesen Zahlen. Wir beginnen dabei links, gehen nach rechts und erhalten 60, 40 und 30. Ist dies geschehen, multiplizieren wir die kleinste der drei ersten Zahlen, die 6, mit der kleineren der *sesquiquarta*, der 4, und erhalten die 24. Stellen wir diese zu den andern, ergibt sich die Zahlenfolge 60, 40, 30, und 24, welche die *proportio sesquialtera*, die *sesquitertia* und die *sesquiquarta* enthält. Gleichermaßen verfahren wir, wenn wir die *sesquiquinta* mit diesen multiplizieren wollen: Wir multiplizieren zuerst deren größere, die 6, mit den genannten vier Zahlen und erhalten 360, 240, 180 und 144; dann multiplizieren wir die kleinste der dargestellten Zahlen, die 24, mit der kleineren unserer Proportion, der 5, das ergibt die 120. Wenn diese an ihre Stelle gesetzt wird, erhalten wir aus der Multiplikation fünf Zahlen: 360, 240, 180, 144 und 120. Hierin sind die Proportionen [alle] enthalten: zwischen 360 und 240 die *sesquialtera*, zwischen 240 und 180 die *sesquitertia*, zwischen 180 und 144 die *sesquiquarta* und zwischen 144 und 120 die *sesquiquinta*. Allerdings sind sie nicht mit ihren Grundzahlen zu finden, wie man am folgenden Beispiel sehen kann:



Proportioni da moltiplicare				
3	4		5	6
2	3		4	5
12	8	6		
60	40	30	24	
360	240	180	144	120
Proportioni moltiplicate.				

<43> Und wenn wir noch so viele Proportionen mit dieser Technik des Hinzufügens zu multiplizieren hätten: Aufgrund der hier aufgezeigten Methode werden wir unsere Absicht immer verwirklichen können.

Kap. 32

Die zweite Art der Multiplikation von Proportionen

Wenn es bei der Multiplikation nötig ist, die Proportionen einander voranzustellen, gehen wir wie folgt vor: Wir multiplizieren zuerst die kleinere Zahl der – von rechts aus gesehen – zweiten Proportion mit jeder Zahl der ersten, beginnend mit der kleineren, dann die größeren Zahlen von beiden Proportionen. Aus dieser Multiplikation gewinnen wir drei Zahlen, in denen diese Proportionen enthalten sind. Dann multiplizieren wir diese Produkte mit der kleineren Zahl der dritten Proportion und deren größere mit der größten Zahl der Produkte. Jetzt haben wir, was wir wollten.

Wir nehmen also, wie im vorangegangenen Kapitel geschildert, die kleinere Zahl der *sesquiquarta*, die 4, und multiplizieren sie mit 5 und 6, den Zahlen der *sesquiquinta*. Daraus ergeben sich die 20 und 24. Diese setzen wir, wie es oben gemacht haben, unter einen geraden Strich. Wird dann die 5 als größere Zahl der besagten *sesquiquarta* mit der 6 als der größeren Zahl der *sesquiquinta* multipliziert, erhalten wir 30. Schreibt man diese neben die 24, ergeben sich die drei Zahlen 30, 24 und 20, welche die multiplizierten Proportionen enthalten. Um die *sesquitertia* mit diesen zu multiplizieren, nehmen wir deren kleinere Zahl, die 3, multiplizieren sie – von links nach rechts – mit den drei Produkten und erhalten 90, 72 und 60. Wir schreiben sie nacheinander unter ihre Ausgangszahlen, 30, 24 und 20, und multiplizieren erneut nochmals die 4 als größere Zahl der *sesquitertia* mit 30. Das Ergebnis ist die 120, die wir an die drei oben genannten Zahlen anfügen, so dass sich die Reihe 120, 90, 72 und 60 ergibt, welche die Proportionen der *sesquiquinta*, *sesquiquarta* und *sesquitertia* enthält. Wenn wir die *sesquialtera* mit diesen multiplizieren wollen, nehmen wir die 2, ihre kleinere Zahl, multiplizieren sie auf besagte Weise mit den vier Produkten und erhalten 240, 180, 144 und 120. Dann multiplizieren wir die 3, ihre größere Zahl, mit 120, der größten der Produkte, und erhalten 360. Zusammen mit den vier Produkten erhalten wir so die vollständige Multiplikation der Zahlen: 360, 240, 180, 144 und 120. Sie enthalten die genannten vier Proportionen, wie man am untenstehenden Beispiel sieht, ähnlich jenem, das wir im vorangegangenen Kapitel gezeigt haben.

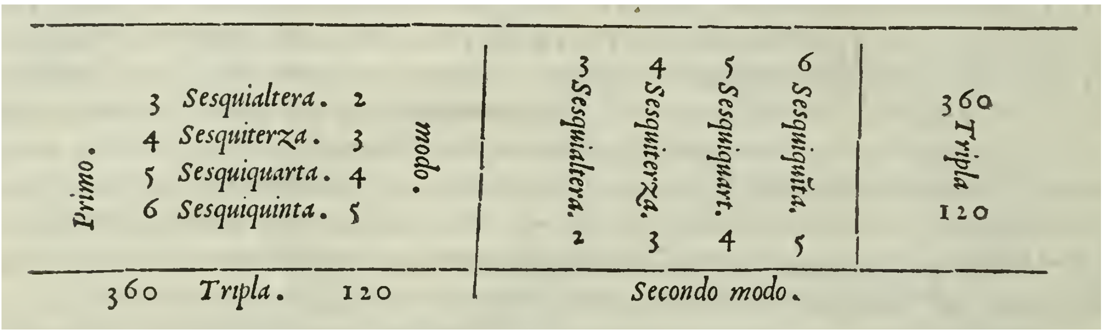
Proportioni da moltiplicare.				
3	4		5	6
2	3		4	5
		30	24	20
	120	90	72	60
360	240	180	144	120
Proportioni moltiplicate.				

Kap. 33

Die Addition von Proportionen

Die Addition von Proportionen ist – wie ich schon gesagt habe – nichts anderes, als dass man beliebig viele von ihnen, mit gleichem oder verschiedenen *genus*, auf einen Hauptnenner bringt. Diesen findet man auch in den Zahlen der Proportionen, wenn sie miteinander multipliziert werden. Mit einem Unterschied: Bei der Multiplikation werden andere Proportionen dazwischen gestellt, während die Ergebnisse der Addition unmittelbar aufeinander folgen, wie wir noch sehen werden. Wenn wir nun zwei oder mehr Proportionen mit gleichem oder verschiedenem *genus* zu addieren haben, müssen wir so vorgehen: Zunächst nehmen wir die größeren Grundzahlen der Proportionen, welche addiert werden sollen und ebenso die kleineren. Hierauf multiplizieren wir sie miteinander, zunächst die beiden ersten, dann deren Produkt mit der dritten, das Ergebnis schließlich mit der vierten und immer so weiter. <44> Das Produkt dieser Multiplikation wird die größere Zahl der gesuchten Proportion sein. Hiernach müssen wir ebenso die kleineren Zahlen multiplizieren und das Produkt wird die kleinere Zahl sein, die zusammen mit der größeren die gesuchte Proportion bildet. Sollten wir die multiplizierten Proportionen addieren müssen, dann ordnen wir sie zunächst so an, wie man es am Beispiel [unten] sieht. Wir beginnen damit, die größeren Zahlen der beiden ersten zu multiplizieren, also 3 und 4, und erhalten die 12. Mit 5 multipliziert macht das 60, diese mit 6 multipliziert 360. Sie ist die größere der beiden Zahlen, die sich aus dieser Addition ergeben sollen. Auf gleiche Weise multiplizieren wir die kleineren Zahlen, also 2 und 3, woraus sich 6 ergibt, dies mit 4 multipliziert 24, hiermit die 5 multipliziert 120. Diese Zahl ist die kleinere Zahl, die zusammen mit der größeren die [durch Addition] hervorgebrachte Proportion ergibt.

Es ist das gleiche Ergebnis, wie in den äußersten Zahlen der oben multiplizierten Proportionen, wie man sehen kann. Haben wir diese Proportionen auf einen [den kleinsten] Nenner gebracht, die 3, und damit auf eine [die einfachste] Proportion, die *tripla*, so kann man nun den Unterschied zwischen Addition und Multiplikation erkennen: Das eine Prinzip führt zu Zwischenproportionen, während das andere Außenzahlen ohne Zwischenproportionen ergibt, wie man an den unten angeführten Beispielen sehen kann:



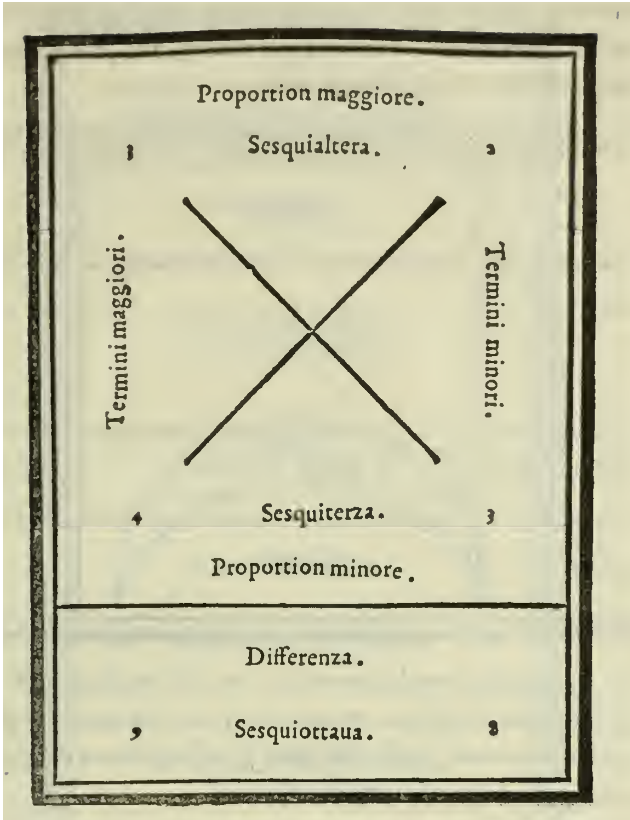
Primo. modo.
3 Sesquialtera. 2
4 Sesquiterza. 3
5 Sesquiquarta. 4
6 Sesquiquinta. 5
360 Tripla. 120

3 Sesquialtera. 2
4 Sesquiterza. 3
5 Sesquiquart. 4
6 Sesquiquinta. 5
360 Tripla 120
Secondo modo.

Kap. 34

Die Subtraktion von Proportionen

Die dritte Rechenart heißt Subtraktion und ist nichts anderes als das Wegnehmen einer kleineren Proportion oder Quantität von einer größeren, um die Differenz zu ermitteln oder die Quantität, um welche die eine größer oder kleiner ist als die andere. Bei dieser Rechenart geht man wie folgt vor: Zunächst muss man die Grundzahlen der Proportionen als Quadrat darstellen, wobei die Zahlen der größeren Proportion oben und die der kleineren unten zu stehen kommen, jeweils eine unter der andern. Hierbei ist darauf zu achten, dass die jeweils größere Zahl auf der linken und die jeweils kleinere auf der rechten Seite steht. Hierauf multiplizieren wir die Zahlen über Kreuz, also die größere oben mit der kleineren unten und ebenso die größere unten mit der kleineren oben. Die Produkte setzen wir senkrecht unter die darüber stehenden multiplizierten Zahlen und trennen sie von den Proportionen durch eine gerade horizontale Linie. Aus den Produkten ist nun zu ersehen, um wie viel die eine Proportion die andere übertrifft und die Differenz zwischen beiden. Wollen wir nun eine *sesquitertia* von einer *sesquialtera* abziehen und erfahren, um wieviel die *sesquialtera* die *sesquitertia* übertrifft und was die Differenz zwischen ihnen ist, dann gehen wir wie folgt vor: Wir ordnen zunächst die Zahlen der Proportionen so an, wie sie im untenstehenden Beispiel erscheinen. Hierauf ziehen wir darunter eine gerade horizontale Linie und setzen darunter die Zahlen der Produkte der Multiplikation der einzelnen Zahlen. Wir beginnen also mit der 3, als der größeren Zahl der *sesquialtera*, und multiplizieren sie mit der 3, als der kleineren der *sesquitertia*. Das Produkt, die 9, setzen wir senkrecht unter die 3 als der größeren Zahl der *sesquialtera*, unter die Linie auf der linken Seite. Diese ist die größere Zahl der Proportion, welche entstehen soll und die gesuchte Differenz enthält. Ist dies geschehen, multiplizieren wir die 4, die größere Zahl der *sesquitertia*, mit der 2, der kleineren der *sesquialtera*. Das Produkt, die 8, ist die kleinere Proportionszahl der bereits genannten Differenz. Denn setzen wir sie unter die genannte Linie senkrecht unter die 2 als der kleineren Zahl der *sesquialtera*, erhalten wir die Proportion der *sesquioctava*, die zwischen 9 und 8 enthalten ist. Das, so sage ich, ist die Differenz, um welche die eine Proportion größer ist als die andere. Wir sehen das hier:



<45> Jetzt können wir sagen: Wenn man eine *sesquitertia* von einer *sesquialtera* abzieht, bleibt eine *sesquioctava* als Rest. Diese ist die Differenz zwischen beiden, also die Quantität, um welche die größere die kleinere übertrifft und die kleinere von der größeren übertroffen wird. Dass das stimmt, kann man beweisen: Addiert man die *sesquitertia* und die *sesquioctava* auf die vorhin gezeigte Weise, dann erhalten wir als Summe die *sesquialtera*, und das ist die Proportion, welche die *sesquitertia* um eine *sesquioctava* übertraf. Hieraus können wir auch ersehen, dass die Addition von Proportionen der Beweis für die Subtraktion ist und umgekehrt die Subtraktion für die Addition.

Kap. 35

Die Division von Proportionen und was Proportionalität ist

Unter der vierten Rechenart verstehe ich nichts anderes als die Division einer beliebigen Proportion, welche durch das Einfügen einer ermittelten Zahl zwischen ihre Außenzahlen erfolgt. Sie heißt Teiler, weil sie die Proportion verhältnisgerecht in zwei Teile teilt. Diese Art von Teilung nennen die Mathematiker Proportionalität oder Progression. Daher scheint es mir angebracht, erst zu erklären, was die Bezeichnung »Proportionalität« eigentlich bedeutet, ehe wir zu den Operationen selbst kommen. Eine Proportionalität ist nach Euklid die Entsprechung von Proportionen durch wenigstens drei Zahlen, die zwei Proportionen bilden [Eukl. elem. 7, Def. 8]. Und wenngleich es hiervon bei den Mathematikern – wie Boethius zeigt – zehn gibt oder – Ansicht des Jordanus [Nemorarius] – gar elf, werden vom Musiker an sich nur die drei ersten berücksichtigt, die auch die bekanntesten sind und von den antiken Philosophen Pythagoras, Platon und Aristoteles gebilligt wurden. Denn sie kommen der Absicht des Musikers mehr als die anderen entgegen. Die erste heißt arithmetische Teilung, die zweite geometrische und die dritte harmonische. Ich möchte zu jeder von ihnen etwas sagen, zunächst aber sehen, was es mit einer jeden für sich genommen auf sich hat. Wir beginnen mit der ersten, zu der ich folgendes sagen möchte: Bei der arithmetischen Teilung oder Proportionalität wird eine Zwischenzahl so in die Außenzahlen einer beliebigen Proportion eingepasst, dass die Differenzen zwischen ihr und den Außenzahlen gleich sind, die Proportionen aber ungleich. Entgegengesetzt verhält es sich bei der geometrischen Teilung: Hier sind die Proportionen, die kraft der Zwischenzahl entstehen, gleich und die Differenzen zu den Außenzahlen verschieden. <46> Unter der harmonischen Teilung verstehen wir schließlich jene, bei der durch eine solche Zwischenzahl nicht nur die Differenzen zwischen den Zahlen, sondern auch die Proportionen verschieden gemacht werden. Und das auf eine solche Weise, dass man dieselbe Proportion als Verhältnis sowohl von Zwischenzahl und Außenzahlen wie auch zwischen den Außenzahlen findet. Man sieht das hier unten:

Arithmetica.	Geometrica	Harmonica.
Differenze equali. 1 1	Differenze inequali. 2 1	Differenze inequali. 2 1
4. Sesquiterza 3. Sesquialtera. 2	4. Dupla. 2. Dupla. 1	6. Sesquialtera. 4. Sesquiterza. 3
Proportioni inequali.	Proportioni equali.	Proportioni inequali.

Wenn wir nun die Proportionen diesen Regeln entsprechend auf eine der beschriebenen Arten teilen wollen, müssen wir zunächst im Einzelnen zeigen, wie man auf einfache Weise die Zwischenzahl, den Teiler, ermittelt. Wir wollen mit der ersten beginnen und sehen, wie man den arithmetischen Teiler findet und wie sich eine jede Proportion durch ihn teilen lässt.

Kap. 36

Die arithmetische Proportionalität oder Teilung

Jede beliebige Proportion lässt sich nach dem arithmetischen Prinzip teilen, sofern wir einen Teiler gefunden haben. Stellt man diesen zwischen zwei Proportionszahlen, die geteilt werden sollen, teilt er sie so, dass die Differenzen zwischen ihm und den Außenzahlen – wie gesagt wurde – gleich sind, die Proportionen aber ungleich. So ergeben sich zwischen den größeren Zahlen die kleineren Proportionen und zwischen den kleineren die größeren. Das gibt es nur bei der arithmetischen Teilung. Der Teiler lässt sich leicht auf folgende Art finden: Wir addieren die Zahlen der vorliegenden Proportion und teilen das Ergebnis in zwei gleiche Teile. Die aus dieser Division hervorgehende Zahl ist der gesuchte Teiler, welcher die besagte Proportion gemäß der oben genannten Bedingungen in zwei Teile teilt. Gleichwohl muss hier angemerkt werden, dass dieses Prinzip nicht anwendbar ist, wenn die vorliegende Proportion mit ihren Grundzahlen vorliegt, denn diese sind zwangsläufig relative Primzahlen, die addiert eine ungerade Zahl ergeben. Und diese kann man nicht in zwei gleiche ganzzahlige Teile teilen.

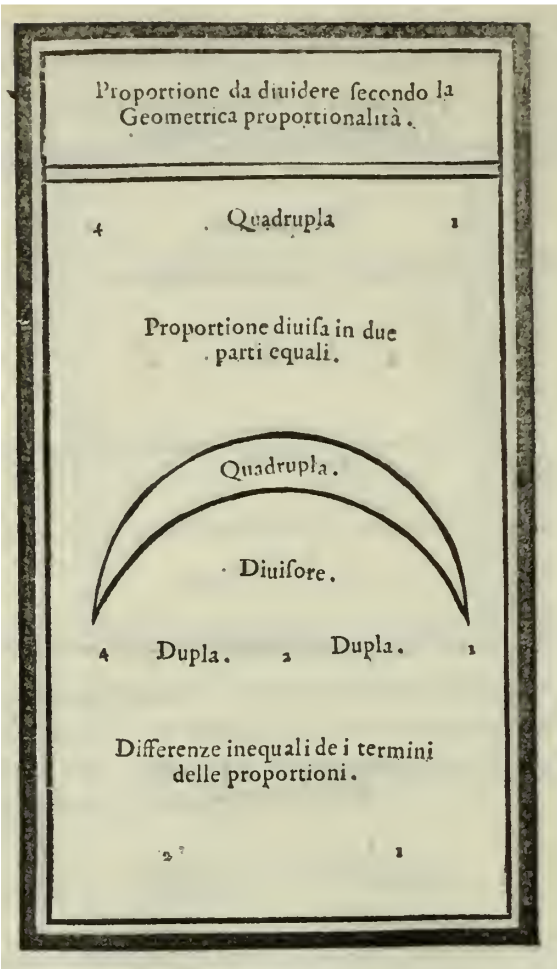
Wollen wir nun einen solchen Teiler ermitteln und hierbei Bruchzahlen vermeiden, die in der arithmetischen Teilung nicht vorkommen, dann verdoppeln wir die besagten Zahlen so lange, bis daraus zwei gerade Zahlen entstehen, die die Ausgangsproportion nicht verändern. Ist dies geschehen, addieren wir die besagten geraden Zahlen und teilen das Ergebnis in zwei gleiche Teile. Was sich hieraus ergibt, ist der gesuchte Teiler. Wollen wir beispielsweise die *proportio sesquialtera* mit den Grundzahlen 3 und 2 arithmetisch teilen, müssen wir diese Zahlen, da sie relative Primzahlen sind, verdoppeln. So erhalten wir die *sesquialtera* als 6 : 4. Diese Zahlen addiert macht 10, dies in zwei gleiche Teile geteilt 5. Nun kann ich sagen: 5 ist der Teiler der vorliegenden Proportion. Er schafft durch die Teilung gleiche Differenzen und teilt die Proportion darüber hinaus – wie es die Eigenart dieser Proportionalität ist – in zwei ungleiche Proportionen, und zwar so, dass sich zwischen den größeren Zahlen die kleinere Proportion und im Gegensatz dazu zwischen den kleineren die größere ergibt, wie zwischen 6 und 5 die *sesquiquinta* und zwischen 5 und 4 die *sesquiquarta*, wie man sieht.

Kap. 37

Die geometrische Teilung oder Proportionalität

<47> Die geometrische Teilung entsteht, wenn der Teiler so zwischen den Außenzahlen einer beliebigen Proportion zu stehen kommt, dass sich die im vorangegangenen Kapitel genannten Bedingungen einstellen. Hierzu muss man wissen, dass jede andere Teilung die vorliegende Proportion ausschließlich in zwei ungleiche Teile teilt. Die Eigenart der geometrischen Teilung aber ist es, dass sie die Proportion immer in zwei gleiche Teile teilt. Aufgrund dieser Wirkung heißt sie auch »Teilung im eigentlichen

Sinne«. Denn die Proportionen, die zwischen den größeren und kleineren Zahlen entstehen, sind gleich, und das Produkt des mit sich selbst multiplizierten Teilers ist gleich dem Produkt der miteinander multiplizierten Außenzahlen der vorliegenden Proportion. Um den Teiler zu ermitteln, beachten wir folgende Regel: Stellen wir uns vor, wir hätten eine beliebige, in ihren Grundzahlen vorliegende Proportion zu teilen. Um die Rechenoperation nicht in die Länge zu ziehen und unnötigen Aufwand und mögliche Fehler zu vermeiden, multiplizieren wir zunächst die Grundzahlen der Proportion. Dann ziehen wir aus dem Produkt die Quadratwurzel. Das wird eine Zahl sein, die, mit sich selbst multipliziert, genau dieses Produkt ergibt. Und diese Wurzel ist der gesuchte Teiler. Um besser verstanden zu werden, bringe ich ein Beispiel: Nehmen wir dafür die *proportio quadrupla* mit den Grundzahlen 4 : 1. Wenn wir sie geometrisch teilen wollen, müssen wir zunächst die genannten Zahlen multiplizieren. Daraus erhalten wir die 4. Ziehen wir hieraus die Quadratwurzel, ergibt das die 2. Diese Zahl nennen wir den geometrischen Teiler der Proportion, denn das Produkt ihrer Multiplikation mit sich selbst ist gleich dem der Multiplikation der Ausgangszahlen. 4 multipliziert mit 1 ist so viel wie 2 multipliziert mit sich selbst, wie man in der Abbildung sehen kann. So ist die *proportio quadrupla* von diesem Teiler in zwei gleiche Teile geteilt worden, die jeweils in der *proportio dupla* stehen: einmal als 4 : 2, einmal als 2 : 1. Aber man muss beachten: Da es die Eigenheit der geometrischen Teilung ist, dass der Teiler jede beliebige Proportion in zwei gleiche Teile teilt, wendet man sie allgemein nur in der *quantitas continua* an, <48> weil sich in der *quantitas discreta* keine Proportion so teilen lässt. Denn die Zahlen lassen die Teilung der 1 nicht zu. Daher ist es unmöglich, eine Proportion, die dem *genus superparticulare* angehört, unter Verwendung rationaler Zahlen in zwei gleiche Teile zu teilen, wie Boethius in seiner *Musica* und Jordanus [Nemorarius] in seiner *Arithmetik* bestätigen. Denn in ihre Mitte fällt keine andere Zahl als die 1, die man nicht teilen kann. Ebenso ist es unmöglich, die Proportionen der anderen, nachfolgenden *genera* zu teilen. Denn diejenigen, welche man teilen kann, stehen im *genus multiplex*. Nur sie haben als eine der Außenzahlen eine Quadratzahl und als andere die 1 und sind so – wie derselbe Jordanus bestätigt – für diese Teilung geeignet. Wir erhalten also aus der geometrischen Teilung zwei Ar-



ten, die rationale und die irrationale. Die rationale erfolgt durch rationale Zahlen. Hier ist der Teiler genau die Quadratwurzel des Produktes der Multiplikation der Außenzahlen miteinander. Und die Ergebnisse dieser Teilung lassen sich benennen, im Falle der [oben] gezeigten mit den Zahlen 4, 2 und 1. Irrational heißt eine Teilung, wenn sie mit Größen oder Zahlen ausgeführt wird, die irrational heißen, weil eine solche Teilung sich keinesfalls mit rationalen Zahlen oder vergleichbaren Größen bewerkstelligen

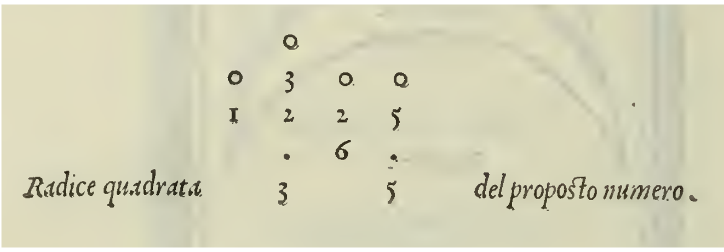
oder gar beschreiben lässt. Das geschieht, wenn man aus einem Produkt keine ganzzahlige Wurzel ziehen kann, wie es zum Beispiel der Fall wäre, wenn wir eine *proportio sesquialtera* auf diese Weise teilen wollten. Ihre Zahlen 3 und 2 ergeben multipliziert die 6 als Produkt. Aus dieser kann man aber keine ganzzahlige Wurzel ziehen, also keine Zahl erhalten, die mit sich selbst multipliziert die 6 ergäbe. Es ist wohl wahr, dass man eine solche Zahl nach den Gebräuchen der Mathematiker »Wurzel aus 6« nennen könnte, also die Quadratwurzel, die man aus dieser Zahl ziehen könnte, wenn das möglich wäre, und dass diese der Teiler wäre. Doch eine solche Wurzel oder Zahl, wie man sie im unten dargestellten Beispiel sieht, wird mit gutem Grund immer als irrational bezeichnet. Und weil man aus einer solchen Zahl keine rationale Wurzel ziehen kann, lassen sich die Ergebnisse dieser Teilung weder bezeichnen noch beschreiben, auch wenn die Außenzahlen aus rationalen Zahlen bestehen. Daher wird eine solche Teilung aus besagten Gründen immer irrational genannt und vom Musiker nicht berücksichtigt.

Kap. 38

Wie man aus Zahlen Quadratwurzeln ziehen kann

<49> Wir werden jetzt sehen, wie man aus Zahlen Quadratwurzeln ziehen kann: Haben wir die Zahl aufgeschrieben, aus der wir die Wurzel ziehen wollen, setzen wir zu Beginn unter die am rechten Rand stehende Ziffer der besagten Zahl einen Punkt. Hiernach übergehen wir die folgende Zahl und setzen einen weiteren Punkt unter die dritte, und dann unter die fünfte in der Folge und lassen immer eine aus, wenn es noch mehr sein sollten. Dann fangen wir beim letzten Punkt am linken Rand an und suchen eine Quadratzahl, die gleich dem Zahlenteil ist, der sich vom Punkt aus zur linken Seite hin befindet oder ihr am nächsten ist, aber nicht über sie hinausgeht. Deren Wurzelzahl schrei-

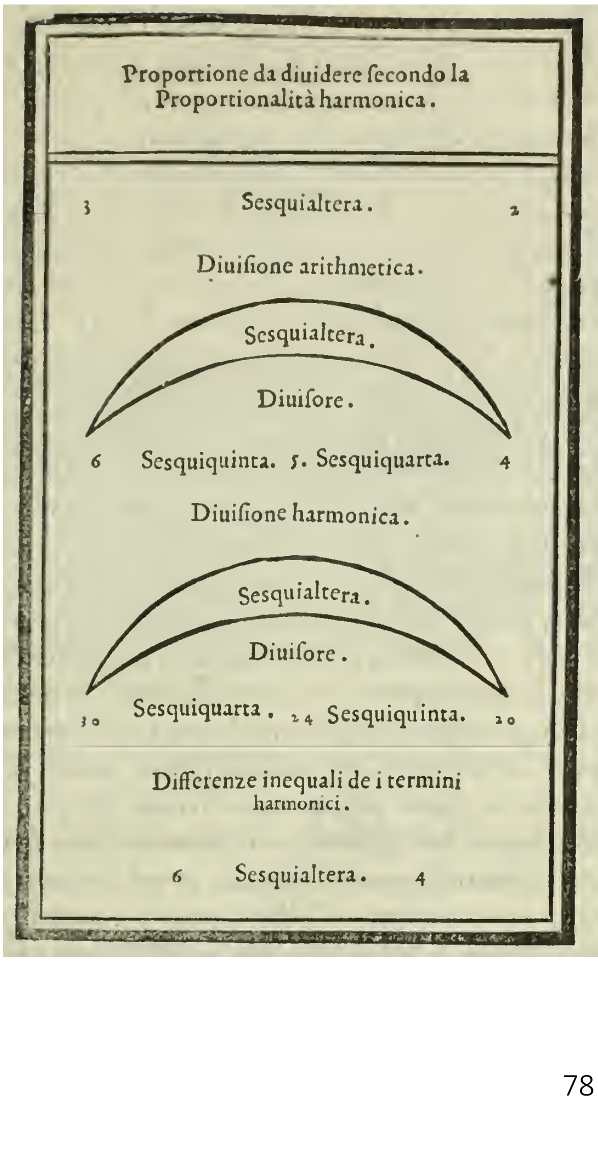
ben wir unter besagten Punkt. Danach ziehen wir das Quadrat der Wurzelzahl vom Zahlenteil links vom Punkt ab und schreiben den Rest über diese Zahl. Als nächstes verdoppeln wir die Wurzelzahl, die unter dem Punkt steht und setzen das Ergebnis unter die Zahl, die unmittelbar rechts neben dem Punkt steht. [Im Folgenden fehlen Teile der theoretischen Beschreibung. In Anlehnung an das untenstehende Beispiel muss es heißen: Kombinieren wir die Ziffer rechts neben dem Punkt mit der links von ihr über dem Punkt stehenden, so erhalten wir eine Zahl.] Nun schauen wir, wie oft die verdoppelte Wurzelzahl in der durch die Kombination der Ziffern gewonnen Zahl enthalten ist. [Fehlt wieder: Den Rest dieser Division kombinieren wir mit der Zahl über dem nächsten Punkt.] Das Ergebnis ist die Wurzel einer weiteren Quadratzahl. Diese Wurzelzahl schreiben wir unter den nächsten Punkt. Wir multiplizieren sie mit der verdoppelten ersten Wurzelzahl und ziehen das Produkt von der zweiten durch Kombination erhaltenen Zahl ab. Es ist zu beachten, dass dabei eine Zahl herauskommen muss, die gleich dem Quadrat dieser zweiten Wurzelzahl ist, damit bei der Subtraktion der einen von der anderen kein Rest bleibt. Somit haben wir genau die Quadratwurzel der vorliegenden Zahl, die in den Wurzelzahlen unter den Punkten enthalten ist. Und sollte hierbei eine Zahl herauskommen, welche die Quadratzahl übersteigt, dann kann es sich nur um eine irrationale Wurzel handeln, der Art, wie ich sie andernorts schon gezeigt habe. Dann wäre es erforderlich, auf die *quantitas continua* zurückzugreifen und auf eine Weise vorzugehen, die ich im zweiten Teil zeigen werde. Und weil es recht schwierig ist, diesen Gegenstand allgemein abzuhandeln, komme ich nun zu einem konkreten Beispiel, damit man das eben Gesagte verstehen kann. Nehmen wir an, wir wollten <50> die Quadratwurzel aus 1.225 gewinnen. Hierzu sage ich: Wir müssen zuerst einen Punkt unter die erste Ziffer rechts, die 5, setzen, die nächste Ziffer überspringen und einen weiteren Punkt unter die dritte Ziffer, die 2, setzen. Dann suchen wir eine Quadratzahl, die gleich oder kleiner ist als 12, also die 9. Deren Wurzel ist 3. Diese schreiben wir unter den linken Punkt, also unter die 2, dann ziehen wir 9 von 12 ab, und als Rest bleibt 3. Diese setzen wir über die 2 mit dem Punkt. Kombinieren wir sie mit der »nicht punktierten« 2, erhalten wir 32. Wenn wir jetzt die Wurzelzahl 3 unter dem Punkt verdoppeln, macht das 6. Diese setzen wir unter die »nicht punktierte« 2 und schauen dann, wie oft sie in der 32 enthalten ist, nämlich fünf Mal mit einem Rest von 2. Kombiniert mit der »punktierten« 5 ergibt sie 25. Da diese Zahl gleich der 25, als der Quadratzahl von 5, ihrer Wurzel ist, ergibt sich genau die gesuchte Wurzel 35. Wir setzen dann diese zweite Wurzel unter die »punktierte« 5 und ziehen 30 – die sich aus der Multiplikation dieser Wurzel mit der verdoppelten ersten ergibt – von 32 ab. Es bleibt 2 als Rest. Mit der »punktierten« 5 kombiniert ergibt sie 25, wie wir gesagt haben. Ziehen wir davon 25 – die zweite Quadratzahl – ab, bleibt kein Rest. Damit haben wir genau die Quadratwurzel der vorgefundenen Zahl, wie gesagt die 35. Man findet sie unter den Punkten des untenstehenden Beispiels, und die 35 mit sich selbst multipliziert ergibt genau 1.225, ihre Quadratzahl.



Kap. 39

Die harmonische Teilung oder Proportionalität

Die harmonische Teilung oder Proportionalität ergibt sich, wenn sich zwischen die Zahlen einer beliebigen Proportion ein Teiler so setzen lässt, dass sich außer den in Kapitel 35 angesprochenen Bedingungen zwischen den größeren Zahlen die größeren Proportionen und zwischen den kleineren die kleineren ergeben. Diese Eigenart findet sich nur bei dieser Teilung, die zu Recht »mittige Teilung« heißt. Denn die mittlere von drei Saiten, die nach den Zahlenverhältnissen ihrer Proportionen gespannt werden, bringt zusammen mit den beiden äußeren Saiten jenen süßen Zusammenklang hervor, den man Harmonie nennt. Petrus von Abano, der Kommentator der *Problemata* des Aristoteles, sagt hierzu sehr treffend [*Expositio Problematum Aristoteli*]: Die Mitte erzeugt die Harmonie. Ein solcher Teiler lässt sich leicht ermitteln: Man nimmt die Proportion,



die wir teilen wollen, mit ihren Grundzahlen und teilen sie zunächst arithmetisch. Dann multiplizieren wir die Außenzahlen mit der Zwischenzahl. Die Produkte hiervon werden zu den Außenzahlen der harmonischen Teilung. Ebenso multiplizieren wir die größere mit der kleineren Proportionszahl und bringen so die Zwischenzahl der Proportionalität hervor, also den Teiler. Auf diese Weise kommen die Zahlen zu den oben genannten Bedingungen zu stehen. Wollen wir etwa eine *sesquialtera* harmonisch teilen, die als Grundzahlen 3 und 2 hat, so teilen wir sie zunächst arithmetisch wie im 36. Kapitel dargestellt. Wir erhalten dann eine Proportionalität mit den Zahlen 6, 5 und 4. Führen wir diese dann in die harmonische Teilung über, multiplizieren wir 6 und 4 jeweils mit 5 und dann 6 mit 4. Aus den Produkten erhalten wir die gesuchte Teilung, die in den Zahlen 30, 24 und 20 enthalten ist, wie man in der nebenstehenden Darstellung sieht.

Und da die Proportion zwischen 6 und 4 – die Erscheinungsform der Zahlen in der harmonischen Teilung – die gleiche ist wie zwischen 30 und 20, den Außenzahlen der *sesquialtera*, die wir teilen wollen, so teilt sich diese in eine *sesquiquarta* zwischen 30 und 24 [5 : 4] und eine *sesquiquinta* zwischen 24 und 20 [6 : 5]. Auf diese Weise bilden die größeren Zahlen auch die größeren Proportionen und die kleineren die kleineren, wie es die Eigenart dieser Teilung ist.

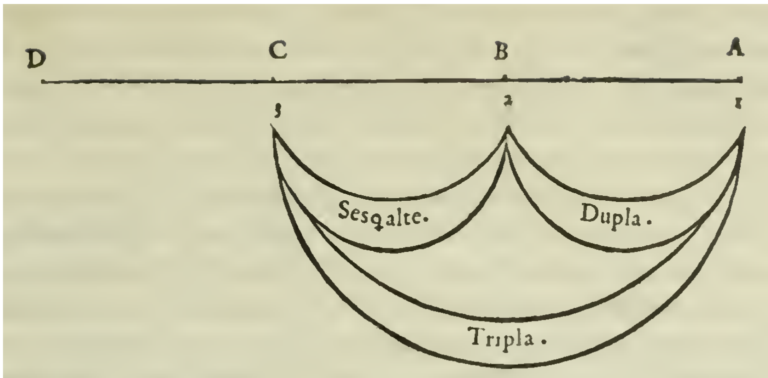
Kap. 40

Betrachtung über das, was zum Thema Proportionen und Proportionalitäten gesagt wurde

<51> Unter einer Proportion versteht man – wie schon gesagt – die Beziehung zwischen zwei nahe verwandten Quantitäten. Daher besteht kein Zweifel, dass sie sich nur auf zwei Arten betrachten lässt: erstens im Hinblick darauf, wie oft die eine die andere als Zahl enthält oder als Zahl in ihr enthalten ist, und zweitens im Hinblick auf das Größenverhältnis zwischen beiden. Im ersten Prinzip wurzeln die arithmetischen Proportionen und Proportionalitäten, im zweiten die geometrischen. Es gibt daher zwei und nicht mehr Prinzipien, denen diese zwei Arten von Proportionen und Proportionalitäten entspringen. Alle weiteren hängen eigentlich mit ihnen zusammen und verdanken ihnen ihre Existenz. Die harmonische Teilung unterscheidet sich zwar wesentlich von den beiden anderen, wird aber zwangsläufig aus ihnen gebildet. Und obwohl sie sich von beiden ersichtlich unterscheidet, ist sie mit ihnen doch insoweit verbunden, als sie die deren Gegensätzlichkeit durch eine angenehme Verschiedenheit zu mildern vermag. So sieht man, wie sie sich zuweilen von der arithmetischen Teilung ab- und der geometrischen zuwendet und zuweilen das Gegenteil tut. Desgleichen wird man hin und wieder gewahr, wie sie sich in wundervoller Ordnung bald der einen, bald der anderen angleicht, ohne ihre deutliche Verschiedenheit aufzugeben. Sicher mag es noch mehr Begründungen hierfür geben, aber diese eine lässt uns annehmen und erkennen, warum sie »harmonische Proportionalität« heißt. Dass sie sozusagen aus den beiden anderen gebildet wird, sollte niemanden wundern. Denn der Musiker bedient sich ja – wie ich andernorts schon gesagt habe – nicht allein der aus der Arithmetik stammenden Zahlen, sondern auch der zur Geometrie gehörigen Quantitäten. Während der reine Mathematiker die Quantitäten losgelöst vom Materiellen zwar nicht hinsichtlich ihres Wesens, aber wenigstens hinsichtlich ihrer Zahlenverhältnisse betrachtet, betrachtet der Musiker, der ja kein reiner Mathematiker ist, nicht allein ihre Gestalt, sondern bezieht auch das Materielle der Konsonanzen mit ein. Also die Zusammenklänge von Gesangs- oder Instrumentaltönen als Materie und die Zahlen und Proportionen als Form. Und weil sich – wie ich andernorts schon gesagt habe – die Zahlenverhältnisse für <52> tiefe oder hohe Gesangs- und Instrumentaltöne nicht ohne ein *corpus sonorus* erkennen lassen, der ja dem Gesetz der *quantitas continua* untersteht, greift er zum Mittel der klingenden Saite, um diese Zahlenverhältnisse zu erkunden. Indem er beide Quantitäten heranzieht, unterstellt er seine Disziplin der Arithmetik und der Geometrie. Und daher war es für ihn unerlässlich, eine Proportionalität zu finden, die trotz ihrer Einbindung in die *quantitas discreta* auch in Beziehung zur *quantitas continua* steht. Sie muss der Natur beider entsprechen können, damit sich in den *corpora sono-*

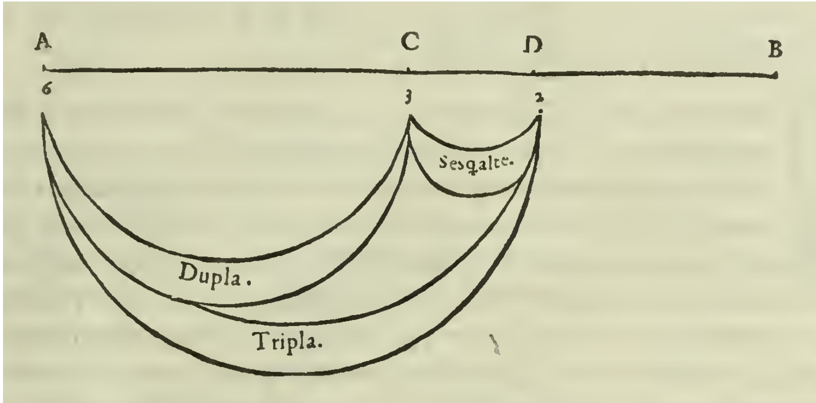
ra die in die Form der harmonischen Zahlen eingepassten Konsonanzen aufspüren lassen. Die Teile der klingenden Quantitäten, aus denen die Konsonanzen entstehen, werden vom Musiker nach Zahlenverhältnissen geordnet und eingeteilt. Diese Zahlenverhältnisse sind die Form der Konsonanzen und sie werden unzweifelhaft arithmetisch gebildet. Daraus ergibt sich, dass jede harmonische Teilung oder Proportionalität, die zu einem musikalischen Zusammenklang gehört, zugleich eine arithmetische ist. Denn die gleichen Proportionen, die harmonische Teilung hervorbringt, bietet uns auch die arithmetische, freilich auf andere Weise. Das ist wohl begründet: Das arithmetische Prinzip wendet ja ausschließlich die Multiplikation der 1 an und stellt diese in der natürlichen Folge der Zahlen an die erste Stelle, an die zweite die 2, aus der sich unmittelbar die *proportio dupla* ergibt, die 3 an die dritte Stelle und so weiter der Reihe nach. Das harmonische Prinzip hingegen wendet die Verkleinerung der 1 an, also die Verkleinerung oder Teilung des *corpus sonorus*. Die Teile werden nach den Zahlenverhältnissen der Proportionen, die in der natürlichen Zahlenfolge enthalten sind, gezählt oder vervielfältigt. Verkleinern wir [das Ganze] auf die Hälfte, so entsteht als 1 : 2 die Konsonanz der Oktave, die in der Reihenfolge oder natürlichen Abfolge der Konsonanzen und der anderen Intervalle an erster Stelle steht. Bei einer Verkleinerung auf zwei Drittel erhalten wir die Quinte, die an zweiter Stelle steht, als 2 : 3, oder die Duodezime als 1 : 3. Auf ähnliche Weise erhalten wir die Quarte oder die Doppeloktave bei einer Verkleinerung auf drei Viertel, die eine als 3 : 4, die andere als 1 : 4. Verkleinern wir auf vier Fünftel, erhalten wir die große Terz, bei fünf Sechsteln die kleine Terz. Dann folgen die anderen Intervalle der Reihe nach. Es würde zu lang dauern, wollten wir ein jedes einzeln durchgehen. Indem sich die harmonische Proportionalität auf solche Weise verkleinert, bewahrt sie einerseits die Natur der *quantitas continua*. Und da sie die Teile nach den Zahlenverhältnissen der Proportionen zählt und vervielfältigt, wie sie in der natürlichen Zahlenfolge enthalten sind, gleicht sie sich andererseits an die *quantitas discreta* an.

So hat die harmonische Proportionalität wohl die gleichen Proportionen, wie sie sich auch in der arithmetischen finden. Denn die Formen der Konsonanzen sind ja – wie wir gesehen haben – in den Teilen des Senario enthalten und sie bilden eine arithmetische Folge. Andererseits bestehen in der arithmetischen Proportionalität die größeren Proportionen zwischen den kleineren Zahlen und die kleineren zwischen den größeren Zahlen, während man in der harmonischen genau das Gegenteil findet, nämlich die größeren Proportionen zwischen den größeren Zahlen und die kleineren zwischen den kleineren. Dieser Unterschied kommt daher, weil sich das eine Prinzip mit den reinen Zahlen und das andere mit klingenden Quantitäten befasst. So gehen beide auf gegensätzliche Weise vor: das eine durch die Zunahme, das andere durch die Verkleinerung seiner Grundeinheit, wie ich es gezeigt habe. Hierbei entfernt sich keines von ihnen von der natürlichen Abfolge, wie man sie in der Anordnung der Proportionen, so wie sie sich aus den Zahlen ergeben, findet. In der Arithmetik sind die Zahlen Einheiten, die aneinandergereiht werden, in der Harmonik sind sie Teile der klingenden Quantitäten. Um das besser zu verdeutlichen, kommen wir nun zu einem Beispiel. Nehmen wir an, die untenstehende Strecke AB sei für den Arithmetiker eine Einheit und für den Musiker ein *corpus sonorus*, und zwar eine Saite von der Länge eines Fußes. Ich sage nun: Will man aus ihr eine arithmetische Folge entwickeln, dann muss man sie ganz und unteilbar lassen. Denn bei der arithmetischen Folge ist es nicht erlaubt, die 1 zu teilen. Diese Folge soll aus drei Zahlen bestehen und so beschaffen sein, dass die *proportio tripla* in der Mitte in zwei gleiche Teile geteilt wird.



Hierbei muss man wie folgt vorgehen: Zunächst muss man die besagte Strecke – wenn möglich – verdoppeln, wie wir es bei der 1 sehen, wenn sie zur 2 verdoppelt wird, die ja direkt auf die 1 folgt. Durch die Verdoppelung erhalten wir die Strecke AC, die 2 Fuß lang ist. Vergleichen wir die verdoppelte Strecke AC mit der Strecke AB, dann erkennen wir zwischen beiden das Verhältnis der *proportio dupla*, der ersten in der natürlichen Folge der Proportionen, die man auch zwischen den Zahlen 1 und 2 findet. Um die dritte Zahl einer solchen Folge zu erhalten, machen wir die Strecke AC 3 Fuß lang, bis zum Punkt D, so wie die 3 unmittelbar auf die 2 folgt, und wir haben zwischen DA und BA die *proportio tripla*. Denn AD ist genau dreimal in AB enthalten oder AD enthält dreimal AB, wie bei den Zahlen die 3 dreimal die 1 enthält. Und so wird diese Proportion in der arithmetischen Teilung zweimal gemittelt und AC wird in zwei Teile aufgeteilt, nämlich eine *dupla* aus CA : BA und eine *sesquialtera* aus DA : CA. Das kann man aus den <53> Zahlen und Bezeichnungen des Beispiels genau erkennen.

Wollen wir aber eine harmonische Folge entwickeln, müssen wir so vorgehen: Wir teilen die genannte Strecke AB zuerst in der Mitte durch den Punkt C, denn die Hälfte kommt vor jeder anderen Teilung. Ist das erfolgt, so sage ich, dass sich zwischen der gegebenen Saite oder Strecke AB und ihrer Hälfte CB – wir werden noch sehen, warum – die *proportio dupla* ergibt, die erste in der natürlichen Folge der Proportionen. Verkürzen wir dann die genannte Strecke AB um zwei Drittel im Punkt D, erhalten wir die *proportio sesquialtera*, die in der Abfolge der Proportionen an zweiter Stelle steht. Zwischen CB und DB setze ich die *sesquialtera* an und zwischen AB und DB die die *tripla*, die von CB durchschnitten und nach dem Prinzip der harmonischen Teilung in zwei Teile gegliedert wird, wie man hier sieht:



Und wie die Zahlen der arithmetischen Folge Vielfache der 1 sind, so sind die der harmonischen Folge jene Zahlen, die auf dem *corpus sonorus* markiert sind und sich aus seiner Teilung ergeben. So betrachtet man in ersterer die Vervielfachung der 1 in der Folge 3, 2 und 1, in letzterer dagegen die visualisierte Vervielfachung der Teile in den Zahlen 6, 3 und 2.

Wenn wir das letztgenannte Beispiel als Ganzes betrachten, das in Teile gegliedert ist, dann sehen wir, dass die Strecke CD der kleinste Teil der Strecke AB ist und in der Strecke AB sechs Mal enthalten ist, in CB drei Mal und in DB zwei Mal. Jetzt kann man sehen, wie in den größeren Zahlen der harmonischen Folge die größeren Proportionen mit den tiefen Tönen enthalten sind und zwischen den kleineren die kleineren Proportionen mit den hohen Tönen. Denn letztere werden von kürzeren Saiten hervorgebracht, erstere hingegen von längeren. So können wir auch sehen, dass man bei der arithmetischen Folge – wenn man auf die gezeigte Weise verfahren könnte – durch die Verlängerung der Saite von der Höhe zur Tiefe fortschreiten, bei der harmonischen hingegen durch die Verkürzung der Saite von der Tiefe zur Höhe gelangen würde. So hätten in der arithmetischen Folge oder Proportionalität die Intervalle mit kleineren Proportionen die tiefen Töne, entgegen der Natur der Harmonielehre. Denn die hat die Eigenschaft, dass die tiefen Töne größere Abstände [auf der klingenden Saite] haben als die hohen und diese im Gegensatz dazu kleinere. Doch weil alle Proportionen der arithmetischen Folge der natürlichen Anordnung der Proportionen folgen, finden sie sich identisch auch in der harmonischen Folge wieder. Wir können nun sehen, wie das, was ich im 15. Kapitel sagte, zu verstehen ist, nämlich, dass in den Teilzahlen der 6 alle Formen der möglichen einfachen musikalischen Konsonanzen enthalten sind und wie die von den Praktikern sogenannten perfekten Konsonanzen sich auf natürliche Weise in ihr angeordnet finden. Wenn nämlich die Zahlen 60, 30, 20, 15, 12 und 10, die Zahlenverhältnisse der entsprechenden Intervalle, auf einem *corpus sonorus* angeordnet werden, so werden wir sehen, dass sie auf <54> gleiche Weise abgeteilt werden, wie die Teile der 6, wenngleich sie anders angeordnet sind. [Die Proportionen zwischen den einzelnen Zahlen der Folge 60, 30, 20, 15, 12 und 10, sind: 2 : 1, 3 : 2, 4 : 3, 5 : 4, 6 : 5, was den Zahlenverhältnissen von Oktave, Quinte, Quarte, großer Terz und kleiner Terz entspricht.] Desgleichen kann man erkennen, wie man die Worte des hochgelehrten Jacobus Faber Stapulensis aus dem 34. Kapitel des dritten Buches seiner *Musica* [*Musica libris demonstrata quattuor*] verstehen muss, nämlich in welchem Ausmaß und auf welche Weise die harmonische Proportionalität notwendig ist. Diese stimmt ja mit der arithmetischen hinsichtlich der Quantität der Proportionen überein, unterscheidet sich aber in der Vorgehensweise und in der Lage der Proportionen. Doch das ist nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, dass alle Wirkung sich natürlicherweise aus der Eigenschaft und der Natur ihrer Ursache ergibt. Beide Proportionalitäten verwenden Zahlen, die von Natur aus relative zusammengesetzte Zahlen sind oder zumindest einen gemeinsamen Teiler haben, der – wenn es keine andere Zahl gibt – die 1 ist, und ihre Zahlenverhältnisse sind immer rational. Die geometrische Proportionalität aber, deren Gegenstand – absolut gesagt – die *quantitas continua* ist, die potenziell bis ins Unendliche geteilt werden kann, berücksichtigt nicht allein die rationalen, sondern auch die irrationalen Zahlenverhältnisse, wie ich andernorts schon gesagt habe. Es ist daher für den Geometer ein Leichtes, kraft seiner Gesetze eine beliebige Strecke in drei Teile zu teilen, die zueinander in einer geometrischen Proportion stehen. Ebenso einfach ist es für ihn, eine oder mehrere Strecken [im rechten Winkel] zwischen zwei äußere zu setzen, die zu ersteren in einem Proportionsverhältnis stehen. Das werden wir im zweiten Teil darstellen. Der Arithmetiker und der Musiker jedoch könnten niemals zu jeder vorliegenden Proportion eine Zahl finden, die sie in zwei gleiche Teile teilt. Denn zwischen die Zahlen ihrer Proportionalitäten fällt nicht immer eine Zahl, die sie wie vorgesehen teilen könnte. Man mag zuweilen eine *proportio quadrupla* sehen, die ein Musiker in zwei gleiche Teile geteilt hat, also in zwei *duplae*, doch wird eine solche Teilung nicht einfach vom Musiker als Musiker gemacht, sondern er eignet sie sich als Geometer an.

Kap. 41

Die Zahlen sind nicht die unmittelbare und intrinsische Ursache der musikalischen Proportionen oder gar der Konsonanzen

Wenn ich oben gesagt habe, die Töne seien die Materie der Konsonanzen und die Zahlen und Proportionen ihre Form, soll das nicht zu der Vorstellung verleiten, dass die Zahlen die unmittelbare und intrinsische Ursache der musikalischen Proportionen oder gar der Konsonanzen seien. Sie sind vielmehr deren mittelbare und extrinsische Ursache, wie wir noch sehen werden. Man muss wissen, dass es – nach Ansicht der Philosophen und besonders des Eustratius – das eigentliche Ziel des Musikers ist, nach den musikalischen Regeln wohl moduliert zu singen oder ein jegliches Instrument wohlklingend zu spielen und damit zugleich Nutzen und Genuss zu bringen, wie es auch das Ziel des Dichters ist. Mit Rücksicht darauf und aus einem natürlichen Antrieb heraus ergreift er zunächst das Instrument, auf dem die Materie in Form der Saiten bereitsteht. Um das gewünschte Ziel zu erreichen, überträgt er dann die Form der Konsonanzen auf sie, verkürzt sie um eine bestimmte Quantität, spannt sie auf bestimmte Weise und setzt sie zueinander in ein auf Zahlenproportionen beruhendes Verhältnis. Er zupft sie schließlich so, dass sie, von ihm in Schwingung versetzt, einen vollkommenen Zusammenklang und eine vortreffliche Harmonie erklingen lassen. Hierfür sind, wie bei jedem anderen Tun auch, vier Dinge als Ursachen unerlässlich: Erstens der Zweck des Tuns, den man nie aus dem Auge lassen sollte. Das ist das wohlklingende Spiel oder das Bringen von Nutzen und Genuss, das man als *causa finalis* bezeichnet. Zweitens das Agens, der Musiker selbst, den man *causa efficiens* nennt. Drittens die Materie, die

Saiten, die *causa materialis* heißen. Und viertens die Form, die Proportion [der Töne und Intervalle], die als *causa formalis* bezeichnet wird. Die beiden letztgenannten, Materie und Form, sind intrinsische Ursachen für die Sache, das Agens und der Zweck hingegen extrinsische. Letztere gehören nämlich weder zur Natur noch zum Sein einer Sache, während Materie und Form seine essenziellen Bestandteile sind, denn alles Vergängliche besteht aus Materie und Form. Materie heißt dabei das, woraus eine Sache besteht und was untrennbar mit ihr verbunden ist, wie die Töne, aus denen die Konsonanzen bestehen. Die Form ist jene Gestalt, jenes Abbild oder – sozusagen – jenes Muster, das den Gegenstand in sich festhält ihm seinen Namen gibt, wie die Proportion bei den Konsonanzen. Das nennt sich intrinsische Ursache, im Gegensatz zur extrinsischen. Sie ist das Modell oder sozusagen das Muster, nach dessen Abbild die Materie zur Sache geformt wird, so wie beim Verhältnis zwischen zwei Zahlen und den Konsonanzen. Hierbei ist anzumerken, dass einige dieser Ursachen »erste« und einige »zweite« genannt werden und dass sich diese Einteilung in »erste« und »zweite« auf zweierlei Weise verstehen lässt. Erstens als natürliche Zahlenfolge, so dass eine erste Sache die erste und mittelbare ist, die andere die zweite und unmittelbare. Zweitens als Reihenfolge, die vom Verstand zu einer einzigen Ursache zusammengefasst wird und die zwischen dem Universellen und dem Speziellen besteht, wobei natürlich das Universelle zuerst kommt und das Spezielle danach. Im ersten Fall sagen wir: Die erste Ursache <55> gibt der zweiten die Kraft und Stärke zum Wirken. Man sagt zum Beispiel bei einer *causa efficiens*: Die Sonne ist die erste – allerdings entfernte – Ursache für die Schöpfung und das Geschöpf die zweite Ursache, die der Schöpfung nahe steht, denn die Sonne gibt dem Geschöpf die Kraft und Stärke zur Fortpflanzung. Und im zweiten Fall steht das *genus* an erster und die *species* an zweiter Stelle. Ich sage also: Die erste und universelle Ursache für die Gesundheit ist der Schöpfer, die zweite und spezielle der Arzt oder ein bestimmter Arzt. Es ist wohl wahr, dass sich die erste und die zweite Ursache im ersten Fall von der ersten und zweiten im zweiten Fall nicht unterscheiden. Im zweiten Fall unterscheiden sie sich nämlich in der Tat gar nicht, weder das Universellere zum weniger universellen noch dieses zum Einzelnen. Die Unterscheidung erfolgt nur im Kopf. Doch im ersten Sinn unterscheiden sie sich. Hier ist nämlich das eine im anderen enthalten, aber nicht umgekehrt. Und diese beiden Möglichkeiten – besonders die zweite – gibt es bei allen Arten von Ursachen. Denn als *causa materialis* ist das Metall die erste Ursache für das Messer, das Eisen die zweite. Und als *causa formalis* – um nun wieder auf ein für unser Vorhaben geeignetes Beispiel zu kommen – ist die erste Ursache für die Konsonanz der Oktave das Zahlenverhältnis 2 : 1, die zweite die *proportio dupla*, und ebenso für die anderen der Reihe nach. Die Proportion ist also die *causa formalis*, die intrinsische und unmittelbare Ursache für die Konsonanzen, und die Zahlen sind die allgemeine, extrinsische und mittelbare Ursache. Sie sind so etwas wie das Modell für die Proportion, sie regeln und proportionieren die *corpora sonora* so, dass diese die Form der Konsonanzen wiedergeben. Hierauf verwies der Philosoph [Aristoteles] bei seinen Ausführungen zur Konsonanz, wenn er sagte: Die Konsonanz ist das Zahlenverhältnis zwischen hohen und tiefen Tönen [siehe Kap. 12 im zweiten Teil]. Darunter verstand er das Zahlenverhältnis, nach welchem besagte *corpora sonora* geregelt werden. Er sprach nicht von Zahlen im absoluten Sinn, sondern von Zahlenverhältnissen. Man kann das klar und deutlich an den musikalischen Proportionen sehen, die in besagten *corpora* [*sonora*] enthalten sind. Zunächst gibt es in ihnen weder den Anschein noch die Gestalt einer Zahl. Nehmen wir ihre äußeren Grenzen und bemessen sie nach Zahlen, bleiben die *corpora* [*sonora*] unversehrt und das, was sie vorher waren. Es lässt sich in ihnen der Form nach keine Zahl entdecken, die irgendeine Proportion bilden würde. Nehmen wir aber einen Teil der Saite als Eins, so können wir durch deren Vervielfältigung die Quantität der Saite und gemäß den festgelegten Zahlen ihre Proportion ermitteln. Folglich auch die Proportion der Töne, welche die Saiten als Ganzes und in Teilen hervorbringen. Wir kommen daher nicht umhin zu sagen, dass diese Zahlen das Modell und die Form der Töne sind, welche die *causa exemplaris* und das intrinsische Maß jener *corpora sonora* sind, die die musikalischen Proportionen enthalten. Denn ohne die Hilfe der Zahlen würden sich die Proportionen in der *quantitas continua* nur schwierig ermitteln lassen. Da also die Zahlen das einzige Mittel sind, um die Proportionen der Konsonanzen und jedes anderen musikalischen Intervalls kunstfertig in Erfahrung zu bringen, sind sie für die Musik dahingehend unentbehrlich, als sich durch sie die Unterschiede der Töne hinsichtlich Höhe, Tiefe und Bewegung ungehindert ermitteln lassen. Und das genauer, als wenn wir die *corpora sonora* mit einem Zirkel oder anderen Werkzeugen ausmessen würden. Haben wir erst einmal durch eine offenkundige Erfahrung erkannt, wie ihre Länge proportional ausgemessen wird, und schlagen wir sie gleichzeitig an, so hören wir hohe und tiefe Töne, nicht anders als bei der Betrachtung der reinen Zahlen und ihrer Verhältnisse. Abschließend sage ich: Wie ich dargelegt habe, können die Zahlen ebenso wenig die intrinsische und unmittelbare Ursache von Proportionen sein wie sie es von Konsonanzen sein können.

Kap. 42

Die Ermittlung der Grundformen der Proportionen

Wir nehmen nunmehr den eingeschlagenen Weg wieder auf und kommen zur fünften und letzten Rechenart, welche man die Ermittlung der Grundformen nennt. Ich sage hierzu: Diese Rechenart ist nichts anderes als die Rückführung der Proportionen in ihre Grundzahlen, wenn diese nicht vorliegen. Denn wenn Proportionen nicht in ihren Grundzahlen vorliegen, also aus relativen zusammengesetzten Zahlen bestehen, sind sie nicht nur schwerer erkennbar, sondern es ist auch schwierig, mit ihnen zu rechnen.

Damit man sie leichter erkennen und leichter mit ihnen rechnen kann, zeige ich jetzt, wie man sie in ihre Grundzahlen zurückführen [kürzen] kann, also in die relativen Primzahlen, welche die kleinsten Zahlen sind, aus denen Proportionen gebildet werden können, wie ich andernorts schon gesagt habe. Und weil nicht nur Proportionen aus zwei Zahlen, sondern auch alle Folgen von Proportionen aus relativen zusammengesetzten Zahlen gebildet sein können, möchte ich zunächst zeigen, wie sich Proportionen aus zwei Zahlen kürzen lassen. Dann werde ich zeigen, wie die anderen gekürzt werden können. Beginnen wir also <56> bei ersteren und gehen folgendermaßen vor: Haben wir eine beliebige Proportion mit relativen zusammengesetzten Zahlen vor uns, suchen wir eine Zahl, in der beide Zahlen der Proportion enthalten sind und durch die beide geteilt werden können. Wir teilen die Proportionszahlen durch sie und das Ergebnis sind die Zahlen der Grundform der Proportion. Wollen wir diese Zahl finden, dividieren wir zuerst die größere Zahl der Proportion durch die kleinere und diese dann durch die Zahl, die nach der Division übrigbleibt. Wenn jetzt erneut eine Zahl übrigbleiben sollte, dividieren wir den ersten Rest durch den zweiten und diesen dann durch den dritten und so immer weiter, bis man auf eine Zahl stößt, die sich genau durch die andere teilen lässt, ohne dass ein Rest bleibt. Das ist dann die gesuchte Zahl. Durch diese Zahl teilen wir schließlich die Zahlen der gegebenen Proportion, und das Ergebnis sind die kleinstmöglichen Zahlen und damit die Grundzahlen der Proportion. Nehmen wir an, wir wollten die Grundform der Proportion mit den Zahlen 45 und 40 ermitteln, die relative zusammengesetzte Zahlen sind. Wir teilen zunächst 45 durch 40. Das ergibt 1, Rest 5. Wir lassen die 1 beiseite, weil sie zu unserem Vorhaben wenig beitragen kann wie auch zu allen anderen Divisionen. Dann nehmen wir die 5, durch die sich die 40 ohne Rest teilen lässt. Das ist also die größere gesuchte Zahl, die in beiden Zahlen der gegebenen Proportion enthalten ist. Dann teilen wir 45 durch 5, woraus 9 entsteht, und teilen ebenso die 40, das ergibt 8. Diese beiden Zahlen sind zweifellos relative Primzahlen und die kleinsten Zahlen oder Grundzahlen der gegebenen Proportion: Es ist die *sesquioctava* [9 : 8].

Kap. 43

Wie man die Grundform mehrerer verbundener Proportionen ermitteln kann

Will man aber die Grundform einer Reihe von mehreren fortlaufenden Zahlen finden, wie sie etwa aus der Multiplikation mehrerer Proportionen oder aus der harmonischen Proportionalität entstehen, wobei diese Zahlen zweifellos relative zusammengesetzte Zahlen sind, dann gehen wir folgendermaßen vor. Wir nehmen zunächst, wie es im dritten Kapitel des siebten Buches bei Euklid steht [Eukl. elem. 7.3], eine Zahl, durch die alle geteilt werden können, und teilen eine jede durch sie. Das Ergebnis dieser Teilung ist die Grundform der Zahlenreihe. Nehmen wir folgende fünf relative zusammengesetzte Zahlen: 360, 240, 180, 144 und 120. Sie sind das Ergebnis der im 31. und 32. Kapitel vorgenommenen Multiplikation, die wir nun in eine Folge von relativen Primzahlen, also ihre Grundform, zurückführen wollen. Hierzu sage ich: Zuerst müssen wir, wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt, eine Zahl finden, in der die beiden größten Zahlen der gegebenen Reihe, 360 und 240, enthalten sind und durch die sie geteilt werden können. Diese Zahl ist 120, denn die 360 kann drei Mal durch sie geteilt werden und die 240 zwei Mal. Wir prüfen nun, ob auch die 180 durch sie geteilt werden kann. Weil das aber nicht möglich ist, müssen wir eine andere, ähnliche Zahl finden, durch die 180 und 120 geteilt werden können. Wenden wir die gegebene Regel an, ergibt das 60. Und diese ist nach dem Zusatz im zweiten Kapitel des siebten Buches bei Euklid in den drei größeren Zahlen der gegebenen Reihe und auch in der 120 enthalten [Eukl. elem. 7.2]. Denn sie enthält die 360 sechs Mal, die 240 vier Mal, die 180 drei Mal und die 120 zwei Mal. Aber es ist wahr, dass die 144 nicht durch sie teilbar ist. Daher muss man eine andere Zahl finden, durch die alle Zahlen der Reihe teilbar sind. Mit unserer gezeigten Methode finden wir sie und erhalten die 12, durch die nicht nur die 144, sondern auch alle anderen teilbar sind, wie man klar erkennen kann. Und weil diese Zahl auch in der kleinsten gegebenen Zahl, der 120, enthalten ist, sage ich: Die 12 ist die gesuchte Zahl, die in allen fünf gegebenen Zahlen enthalten ist. Denn teilen wir alle diese Zahlen durch 12, die zuletzt gefundene Zahl, so ergeben sich 30, 20, 15, 12 und 10. Diese Zahlen, sage ich, sind die Grundform der gegebenen Reihe. Denn zweifellos sind sie relative Primzahlen, wie man am Beispiel nachprüfen kann. Wird diese Regel beachtet, dann kann man nicht nur die Grundzahlen einer beliebigen Reihe erhalten, mag sie nun vier, fünf, sechs oder noch mehr Proportionen enthalten, sondern man könnte – sozusagen – bis ins Unendliche fortfahren.

360	240	180	144	120
120. è il numero maggiore, che miſura communemente i due primi termini maggiori.				
3	2			
60. è il numero maggiore, che miſura i tre primi termini maggiori & il ritrouato				120
60	40	39		
12. è il numero maggiore, che miſura tutti li propoſti termini & anco il ritrouato				60
30	20	15	12	10
Numeri Contraſeprimi, i quali ſono termini radicali del ſopra poſto ordine.				

Kap. 44

Beweisführung zu allen gezeigten Rechenarten

<57> Der Mensch kann bei seinem Vorgehen leicht irren, besonders wenn er es mit Zahlen zu tun hat. Aus Unaufmerksamkeit setzt er dann zuweilen eine Zahl anstelle einer anderen. Um aber nichts zu übergehen, was den Wissbegierigen zum Nutzen gereichen könnte, möchte ich nun anfügen, wie sich Fehler bei den Rechenarten erkennen lassen, damit sie, wenn sie gefunden sind, ausgemerzt werden können. Beginnen wir mit der ersten, der Multiplikation. Haben wir viele Proportionen multipliziert, so werden die Zahlen, die das Ergebnis einer solchen Multiplikation sind – wie ich andernorts schon gesagt habe –, nicht die Grundzahlen sein. Wollen wir nun in Erfahrung bringen, ob die genannten Proportionen in diesen Zahlen fehlerfrei sind, dann nehmen wir zunächst zwei Zahlen, von denen wir glauben, dass sie eine bestimmte Proportion ausdrücken, und dividieren sie durch die Zahlen ihrer Grundform, und zwar die größere durch die größere und die kleinere durch die kleinere. Sind die Ergebnisse der Division gleich, sind die Zahlen dieser Proportion fehlerfrei. Wäre es anders, dann wäre das Gegenteil der Fall. Wollen wir also wissen, ob die *proportio sesquialtera* wirklich in den Zahlen 360 und 240 enthalten ist, dann nehmen wir die Zahlen ihrer Grundform 3 : 2 und teilen 360 und 240 auf folgende Weise durch sie: 360 : 3 und 240 : 2. In beiden Fällen ist das Ergebnis 120. Diese Übereinstimmung zeigt, dass die genannte Proportion in den gegebenen Zahlen enthalten ist, auch wenn es nicht ihre Grundzahlen sind. Wäre aber eines der Ergebnisse größer als das andere, wäre das ein klares Zeichen für einen Fehler in der Multiplikation. Gleiches können wir sehen, wenn wir die größere Zahl der Proportion mit der kleineren der Grundform multiplizieren und die kleinere mit der größeren, also 360 × 2 und 240 × 3. Denn auch hier ist das eine Ergebnis gleich dem anderen, nämlich 720, und das beweist uns, dass diese Proportion in den genannten Zahlen fehlerfrei ist. Doch obwohl die Addition von Proportionen der Beweis für die Multiplikation und die Multiplikation der für die Addition sein kann, können wir

daraus nicht erkennen, ob sich in den Zwischenzahlen ein Fehler befindet, außer auf die gezeigte Weise. Doch eigentlich ist die Subtraktion der wahre Beweis für die Addition. Denn wenn wir nach und nach die addierten Proportionen vom Ergebnis der Addition abziehen, dann können wir ohne jeden Irrtum erkennen, dass die Summe richtig ist, wenn die Rechnung am Ende aufgeht. Wenn wir also vom Ergebnis der in Kapitel 33 berechneten Proportion, einer *proportio tripla*, nach und nach die addierten Proportionen abziehen und mit der größten, der *sesquialtera* beginnen, dann bleibt eine *dupla* übrig. Ziehen wir davon eine *sesquitertia* ab, bleibt eine *sesquialtera*. Nehmen wir von dieser eine *sesquiquarta* weg, bleibt eine *sesquiquinta.* Und nehmen wir von dieser die letzte Proportion weg, die ebenfalls eine *sesquiquinta* ist, so geht die Rechnung zweifelsfrei auf. Das lässt erkennen, dass sich in dieser Summe kein Fehler befindet. Das wäre aber sehr wohl der Fall, wenn am Ende eine größere Proportion von einer kleineren abzuziehen wäre oder umgekehrt. Der Beweis für die Subtraktion ist – wie ich andernorts schon gesagt habe – die Addition. Aber diese Sache habe ich schon genügend ausgeführt und es soll nicht passieren, dass ich mich hier wiederhole. So viel aber zum Schluss: Wenn sich bei einer gleichmäßigen Teilung der Proportionen die Zahlen der geometrischen Proportionalität nicht in der oben gezeigten Anordnung finden lassen, dann wäre das ein klares Zeichen für einen Fehler. Ebenso wäre die arithmetische oder harmonische Teilung fehlerhaft, wenn sich deren Zahlen anders als in der gezeigten Anordnung finden ließen. Denn die Proportionen oder jede beliebige fortlaufende Reihe von Proportionen stünden außerhalb ihrer Grundzahlen, wenn sie nicht aus relativen Primzahlen zusammengesetzt wären. Doch nun scheint mir, dass alles, was ich oben hierzu gesagt habe, genügen dürfte, um die Grundlagen der Musik aufzuzeigen. Wenn wir diese nicht kennen, können wir niemals eine gute Kenntnis der folgenden Dinge erwerben und niemals zu einem vollkommenen Ende [unserer Studien] gelangen. Daher sollte jeder, der sich diese Wissenschaft aneignen möchte, alle seine Kraft aufbieten, um sie sich vollkommen anzueignen. Dann wird er verdientes Lob und erwerben und die ehrenvollen Früchte seiner Mühen ernten können.

ENDE DES ERSTEN TEILS

Benutzte Übersetzungen

Auf folgende Übersetzungen antiker und frühneuzeitlicher Schriften wurde zurückgegriffen:

Boethius	*cons.*	*Trost der Philosophie*, übers. und hrsg. von Karl Büchner, Stuttgart 1971
Horaz	*ars*	übers. von Eckart Schäfer, in: *Sämtliche Werke*, hrsg. von Bernhard Kytzler, Stuttgart 2018
	sat.	übers. von Karl Büchner, in: ebd.
Ovid	*met.*	*Metamorphosen*, übers. und hrsg. von Michael von Albrecht, Stuttgart 1994
Vergil	*Aen.*	*Aeneis*, übers. und hrsg. von Gerhard Fink, Düsseldorf und Zürich 2005
	bucol. (ecl.)	*Bucolica – Hirtengedichte*, übers. und hrsg. von Michael von Albrecht, Stuttgart 2001
	georg.	*Georgica – Vom Landbau*, übers. und hrsg. von Otto Schönberger, Stuttgart 1994